

VULNERABILIDAD DE REDES COMPLEJAS Y APLICACIONES AL TRANSPORTE URBANO: UNA REVISIÓN DE LA LITERATURA

✉ LAURA LOTERO VÉLEZ¹

RAFAEL GERMÁN HURTADO HEREDIA²

RESUMEN

El interés de investigadores y profesionales de diversas disciplinas en el análisis de sistemas sociales, biológicos y artificiales desde la perspectiva de las redes complejas ha crecido notablemente en los últimos años. Algunas de estas redes son la base de muchas de las actividades del ser humano, como es el caso de las redes de transporte urbano que hacen parte de la infraestructura crítica. Una de las propiedades de mayor relevancia práctica de las redes complejas es su capacidad para mantener algunas funciones cuando ocurren fallas, errores o ataques a sus nodos o vínculos, la cual ha sido denominada robustez, resiliencia o vulnerabilidad por distintos autores. En este artículo se presenta una revisión de la literatura sobre el concepto de vulnerabilidad en el formalismo de las redes complejas y algunas aplicaciones al transporte urbano. El propósito de este artículo de revisión es el de dar a conocer a académicos y tomadores de decisión nuevos enfoques para el análisis del sistema de movilidad

PALABRAS CLAVE: redes complejas; robustez; vulnerabilidad; transporte urbano.

VULNERABILITY OF COMPLEX NETWORKS AND URBAN TRANSPORTATION APPLICATIONS: A LITERATURE REVIEW

ABSTRACT

In recent years the interest of researchers and professionals from various disciplines in the analysis of social, biological and artificial systems from the perspective of complex networks has grown considerably. Some of these networks, such as the transportation network, are part of the critical infrastructure and are the basis of many human activities. One of the most important practical properties of complex networks is the ability to maintain some functions under the occurrence of errors, failures or attacks to their nodes or links; this property has been called robustness, resilience or vulnerability by different authors. In this paper we present a review of the literature on the concept of vulnerability in the complex networks formalism and some perspectives of its application in the analysis of urban transportation networks. The objective of this paper is to give new insights to researchers and decision makers in the analysis of mobility and transportation systems.

KEYWORDS: Complex Networks; Robustness; Vulnerability; Urban Transportation.

¹ Ingeniera industrial, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. Magíster en Ingeniería de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. PhD(candidata) en Ingeniería – Sistemas e informática, Universidad Nacional de Colombia.

² Físico, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. PhD. en Física, Università degli Studi di Perugia, Italia. Profesor Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá.



Autor de correspondencia Lotero-Vélez, L. (Laura): Universidad Nacional de Colombia, Carrera 80 N. 65 – 223, Bloque M8A – Oficina 402, Medellín / Teléfono: (574) 425 53 50 / Correo electrónico: llotero0@unal.edu.co

Historia del artículo:

Artículo recibido: 20-II-2013 / Aprobado: 30-I-2014

Disponibile online: 12 de mayo 2014

Discusión abierta hasta mayo de 2015



VULNERABILIDADE DE REDES COMPLEXAS E APLICAÇÕES AO TRANSPORTE URBANO: UMA REVISÃO DA LITERATURA

RESUMO

O interesse de investigadores e profissionais de diversas disciplinas no análise de sistemas sociais, biológicos e artificiais desde a perspectiva das redes complexas cresceu notavelmente nos últimos anos. Algumas destas redes são a base de muitas atividades do ser humano, como é o caso das redes de transporte urbano que fazem parte da infraestrutura crítica. Uma de propriedades de maior relevância prática das redes complexas é a sua capacidade para manter algumas funções quando acontecem falhas, erros ou ataques a seus nodos ou vínculos, a qual foi denominada robustez, resiliência e vulnerabilidade por distintos autores. Neste artigo apresentamos uma revisão da literatura sobre o conceito de vulnerabilidade no formalismo das redes complexas e algumas aplicações ao transporte urbano. A finalidade deste artigo de revisão é de dar a conhecer a académicos e formadores de opinião novos enfoques para o análise do sistema de mobilidade.

PALAVRAS-CHAVE: redes complexas; robustez; vulnerabilidade; transporte urbano.

1. INTRODUCCIÓN

El estudio formal de las redes, como representación de sistemas sociales, biológicos o artificiales, se ha dado en varias etapas, desde la introducción en el siglo XIX e inicios del siglo XX de grafos para representar sistemas sociales hasta el auge de las redes complejas en el siglo XXI. Las contribuciones conceptuales para el desarrollo del análisis de redes provienen de disciplinas y especialidades en las ciencias económicas, humanas, naturales y sociales, las matemáticas y la ingeniería, enmarcadas en paradigmas muy diversos (Freeman, 2004; Newman, Barabasi y Watts, 2006; Newman, 2010). En general, las redes son representadas en términos de grafos y las construcciones teóricas y metodológicas acuden a la formulación matemática de la Teoría de Grafos para explorar su estructura y su función (Newman, 2010; Wasserman y Faust, 1994).

El estudio de las distribuciones de probabilidad para propiedades de conectividad de varias redes reales de gran tamaño y el hallazgo de leyes de potencia en algunas de ellas (Barabási y Albert, 1999; Redner, 1998) abrió un nuevo camino para estudiar sistemas complejos, generalmente de gran escala y que pueden presentar propiedades emergentes, utilizando para ello conceptos y desarrollos de la física estadística (Dorogovtsev y Mendes, 2003; Newman, Barabasi y Watts, 2006; Newman, 2003, 2007, 2010). Esta perspectiva

hoy es conocida como redes complejas, las cuales se caracterizan por tener muchos grados de libertad y configuraciones posibles. Una de las principales características de esta perspectiva es que permite establecer propiedades macroscópicas del sistema a partir de los procesos microscópicos que involucran a las partes o elementos del mismo.

Muchas redes complejas son redes de infraestructura crítica para los seres humanos (Setola y Porcellinis, 2009), entre ellas las redes de acueducto, alcantarillado, riego, transporte, telecomunicaciones, energía, etc., que pueden presentar fallas, interrupciones, errores aleatorios, congestión o sufrir ataques dirigidos. Eventos como ataques terroristas, apagones nacionales y desastres naturales, han llamado la atención de varios investigadores sobre la vulnerabilidad o robustez de las redes complejas (Albert, Jeong y Barabási, 2000; Cohen y Havlin, 2010; Latora y Marchiori, 2005; Nagurney y Qiang, 2011; Sydney, *et al.*, 2010). Para las redes de transporte urbano, el análisis de vulnerabilidad podría estar enfocado a analizar qué pasa con la red ante accidentes de tráfico, desastres naturales que afecten la infraestructura vial, cierres programados de vías por reparaciones, manifestaciones o por eventos de ciudad, que implican, en términos de redes, la eliminación de uno o varios arcos de la

red, y que puede afectar la conectividad y los flujos sobre esta.

El objetivo de este artículo es exponer los conceptos de vulnerabilidad o robustez que se encuentran en la literatura sobre redes complejas y presentar algunas aplicaciones existentes en la literatura a sistemas de transporte urbano. Esta revisión es de interés para tomadores de decisión, planificadores urbanos y de transporte y otros actores. El orden del artículo es el siguiente: en la sección 2 se presentan aspectos generales de la fenomenología de las redes complejas como área de investigación. La sección 3 trata el problema del análisis de vulnerabilidad o robustez en redes complejas y contiene algunos de los resultados importantes en la literatura. La sección 4 expone los desarrollos y aplicaciones de estos análisis en redes de transporte urbano. Finalmente, la sección 5 presenta las conclusiones de esta revisión de la literatura.

2. REDES COMPLEJAS

La perspectiva de las redes complejas se inicia a finales de los años 90 con un amplio soporte conceptual y metodológico en el análisis de redes sociales y gracias a aportes empíricos y teóricos de la física estadística (Newman, 2010).

Las bases matemáticas del análisis de redes como área de investigación científica fueron establecidas por Leonhard Euler (1736) con la solución del problema de los puentes de Königsberg y, con ella, la fundación de la Teoría de Grafos. El uso de grafos para representar sistemas sociales llevó al inicio del análisis de redes sociales en la primera mitad del siglo XX (Freeman, 2004), cuando fue posible trazar analogías entre las propiedades o fenómenos presentes en sistemas reales con algunas propiedades topológicas de los grafos que los representan. En la segunda mitad del mismo siglo muchos de sus conceptos fueron precisados o clarificados y se introdujo formalmente el análisis matemático, incluyendo resultados de la Teoría de Grafos y la estadística (Erdős y Rényi, 1959; Freeman, 2004; Newman, *et al.*, 2006; Wasserman y Faust, 1994). Aunque la Teoría de Grafos, el análisis de redes y las redes complejas han sido estudiados desde diversas disciplinas, el problema original de la Teoría

de Grafos surgió de un problema de transporte urbano (Derrible y Kennedy, 2011).

En el desarrollo del formalismo de las redes complejas, que muchos consideran una ciencia por sí sola (Barabási, 2013; Vega-Redondo, 2007; Watts, 2004), los biólogos, sociólogos, economistas e ingenieros de diversas áreas se han concentrado en la recolección de información empírica y en la fenomenología de diversos sistemas sociales, naturales y artificiales, los matemáticos han hecho aportes en la Teoría de Grafos y los físicos han dado las bases teóricas para la definición de una concepción que integra trabajo empírico, análisis y modelación (Barabási, 2005). El aporte de los físicos al análisis de las redes complejas es el reconocimiento de que, a pesar de la aparente aleatoriedad del sistema a escala microscópica, existen comportamientos macroscópicos dados por leyes estadísticas que pueden ser identificados según sean las características topológicas de los grafos que representan las redes y que dependen de las propiedades de los elementos del sistema (Barabási, 2005).

El desarrollo del formalismo de las redes complejas se ha concentrado en tres ramas de investigación (Newman, 2003), a saber: las propiedades estadísticas de la red, que caracterizan su estructura y topología (Bianconi, Pin y Marsili, 2009; Boccaletti, *et al.*, 2007; Borgatti, 2005; Costa, *et al.*, 2007; Newman, 2003), modelos de redes que representen y ayuden a entender el significado de dichas propiedades (Barabási y Albert, 1999; Barrat, *et al.*, 2004; Erdős y Rényi, 1959; Watts y Strogatz, 1998) y por último el análisis de las dinámicas y de los comportamientos emergentes de las redes (Barrat, Barthélemy y Vespignani, 2008; Boccaletti, *et al.*, 2006; Dorogovtsev, *et al.*, 2008; Nagurney y Qiang, 2007).

2.1. Modelos de redes complejas

A finales de los años 50, los matemáticos húngaros Paul Erdős y Alfred Rényi construyeron un modelo de redes aleatorias para describir la evolución y algunas propiedades de las redes de comunicaciones (Erdős y Rényi, 1959). Este modelo equipara complejidad con aleatoriedad: lo que no puede ser explicado en términos simples por su complejidad es abordado

desde la aleatoriedad. El modelo propuesto por Erdős y Rényi consiste, básicamente, en vincular pares de nodos aleatoriamente para formar la red y estudiar la aparición de estructuras microscópicas y macroscópicas para distintas probabilidades de ocurrencia de los vínculos. Las estructuras microscópicas hacen referencia a nodos y vínculos mirados de forma individual, y las estructuras macroscópicas hacen referencia a las propiedades de la red como un todo, como por ejemplo la distribución de grado, el número promedio de pasos entre un nodo y otro de la red y la densidad de la red, entre otras.

Este modelo no explica fenómenos presentes en las redes sociales reales, como es el caso de agrupamientos asociados a la existencia de comunidades unidas entre sí por algunos vínculos débiles (Granovetter, 1973; Granovetter, 1983; Liu y Duff, 1972) y la ocurrencia del fenómeno conocido como de mundo pequeño o *small world* que hace referencia a la existencia de caminos cortos entre dos elementos cualesquiera de una red, aunque el tamaño de esta sea significativo (Milgram, 1967). De alguna manera, las relaciones sociales no podían obedecer a leyes aleatorias, o al menos no totalmente.

A finales de los años 90 se encontró que no solo en las redes sociales se presenta el fenómeno de agrupamiento y de mundo pequeño sino que también está presente en redes como las que describen interacciones moleculares de algunos microorganismos y en redes de energía eléctrica (Watts y Strogatz, 1998). El modelo de redes de mundo pequeño de Watts y Strogatz (1998) explica y describe redes en las que es posible ir de un nodo cualquiera de la red hacia otro en un número promedio pequeño de pasos conservando el fenómeno de agrupamiento, dado por un alto coeficiente de clusterización de la red, características presentes en redes de mundo pequeño como las estudiadas en sociología a partir del experimento de Milgram (Milgram, 1967; Travers y Milgram, 1969).

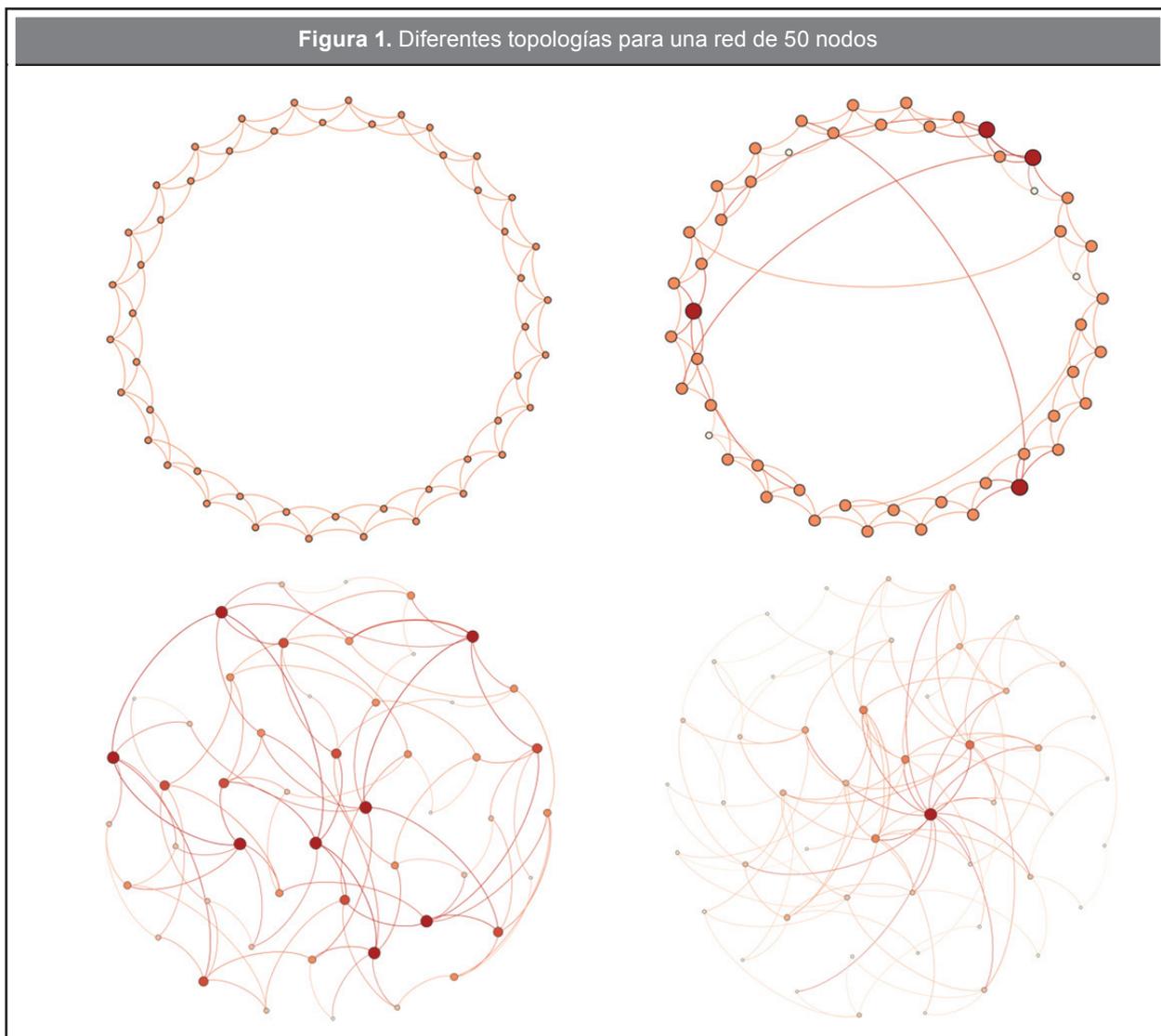
Por otro lado, Sidney Redner (1998), analizando las citaciones de artículos en física y Barabási y Albert (1999), analizando la conectividad de la Web, descubrieron que estas redes tienen propiedades distintas a las descritas por los modelos de redes conocidos hasta ese momento. Encontraron la existencia de unos pocos nodos con un alto número de conexiones (*hubs*),

los cuales no se encuentran en los modelos de redes aleatorias o de mundo pequeño de Watts y Strogatz (1998). En general, estas redes presentan una ley de potencias para la distribución de grado nodal, es decir, el número de vínculos de cada nodo es grande para unos pocos nodos y pequeño para muchos nodos. Por este motivo, estas redes son llamadas libres de escala ya que el sistema a cualquier escala que sea observado tendrá las mismas propiedades de conectividad. El escalamiento en una red compleja ha sido reconocido como una señal de que el sistema es dinámico y que está sujeto a la evolución o el crecimiento en el tiempo (Porta, Crucitti y Latora, 2006) y, en general, las leyes de potencia están asociadas con fenómenos críticos y de auto-ordenamiento.

En la **Figura 1**, se muestran diferentes topologías para una red de 50 nodos, con una cantidad promedio de 100 arcos. La primera red es un retículo o red regular, donde todos los nodos tienen el mismo número de conexiones, en este caso 4. La segunda es una red de mundo pequeño según el modelo de Watts y Strogatz (1998), que a partir de una red regular y una probabilidad de reenlace de los vínculos permite acceder de un punto a otro de la red en un número relativamente pequeño de pasos. Cuando la probabilidad de reenlace de los arcos es igual a uno, la red resultante es equivalente a una red aleatoria. La tercera es una red aleatoria según el modelo de Erdős y Rényi (1959), en donde hay $n = 50$ nodos, $m = 100$ arcos y la probabilidad de que dos nodos estén unidos entre sí, siendo una red no dirigida, estará dada por $p = 2m/(n^2-n)$, que para hacer comparables las redes anteriores, será $p \approx 0,08$. La última es una red libre de escala, según el modelo de Barabási y Albert (1999), en la que muchos de los nodos tienen pocas conexiones y unos pocos nodos de la red están altamente conectados. El color y el tamaño de los nodos de las redes en la **Figura 1** están dados por el grado, que es la propiedad que indica el número de conexiones que entran/salen del nodo.

Entender la topología de las redes complejas es clave para comprender los sistemas complejos subyacentes, por lo tanto es necesario establecer cuál es la relación entre la topología de la red y la dinámica del sistema, incluyendo la aparición de emergencias o fenómenos colectivos, y en general con la función de

Figura 1. Diferentes topologías para una red de 50 nodos



la red. En este sentido, el análisis de vulnerabilidad o robustez de las redes complejas da cuenta de cómo cambia el estado macroscópico y la función de la red ante fallas o ataques a sus elementos que producen cambios en las estructuras microscópicas del sistema. Se trata de un tema de investigación relativamente reciente, con preguntas abiertas y con un espacio amplio para diversas aplicaciones.

3. VULNERABILIDAD O ROBUSTEZ DE LAS REDES COMPLEJAS

No existe consenso en la definición del concepto de vulnerabilidad, que frecuentemente también es

asociado a la robustez o resiliencia. Definiciones para vulnerabilidad en diferentes áreas del conocimiento varían incluso en el mismo contexto (Ghedini y Costa Ribeiro, 2009; Jenelius, Petersen y Mattsson, 2006; McEntire, 2005; Newman, 2010).

Jenelius, Petersen y Mattsson (2006) presentan definiciones para vulnerabilidad, confiabilidad y riesgo en distintos contextos, incluyendo las redes complejas. Definen vulnerabilidad como un concepto formado por dos partes: la primera tiene que ver con la probabilidad de que ocurra un evento peligroso y la segunda, llamada exposición, tiene que ver con las consecuencias del evento en cierto lugar de la red.

Holmgren (2006) define vulnerabilidad como la sensibilidad del sistema (de infraestructura física en este caso) a las amenazas, riesgos o perturbaciones que puedan presentarse. Relaciona el término de vulnerabilidad con robustez y resiliencia, definiendo robustez como la capacidad del sistema de mantener su estructura o sus funciones intactas o ligeramente afectadas cuando está sujeto a una perturbación, y resiliencia como la capacidad del sistema de reponerse o recuperarse después de una perturbación. En esta perspectiva los conceptos expuestos anteriormente son complementarios al de vulnerabilidad.

Wu, *et al.* (2007) definen la vulnerabilidad de las redes complejas como las fallas aleatorias o los ataques intencionados que afectan la integridad y la operación de la red. Por otro lado, Boccaletti, *et al.* (2007) definen la vulnerabilidad de las redes complejas como la capacidad para mantener su desempeño funcional ante daños aleatorios o ataques maliciosos. Ellos usan el término vulnerabilidad como un concepto para evaluar la estabilidad y la robustez de los comportamientos globales de las redes complejas ante perturbaciones externas.

Por su lado, Ouyang, *et al.* (2009) plantean que la vulnerabilidad está relacionada con los ataques y puede ser descrita como la disminución de la eficiencia de la red después de un ataque. Según ellos, la vulnerabilidad puede ser estructural, cuando sólo se tienen en cuenta la topología de la red para medir la eficiencia estructural, o funcional, cuando se consideran los niveles de funcionamiento de la red.

Nagurney y Qiang (2011) afirman que el análisis de vulnerabilidad de redes complejas trata de cuantificar y evaluar el impacto de la remoción de un componente de la red. La anterior definición toma explícitamente la topología y el efecto de la remoción de elementos sobre el desempeño de la red. Otra definición relacionada es la de Gol'dshtein, Koganov, y Surdutovich (2004), quienes definen vulnerabilidad en redes como la caída relativa del desempeño de la red luego de la remoción de un vértice junto con los arcos que lo conectan con otros vértices. De forma similar se define en Latora y Marchiori (2005).

La forma más común de medir la vulnerabilidad o robustez de la red es evaluándola después de la eliminación de uno o varios elementos (sean nodos,

arcos o la combinación de ambos), donde dicha remoción puede ser aleatoria, simulando una falla, o puede ser dirigida a un elemento importante, simulando un ataque (Albert, Jeong y Barabási, 2000; Boccaletti, *et al.*, 2007; Latora y Marchiori, 2005; Newman, 2003; Newman, 2010).

La remoción de nodos en forma dirigida por lo general empieza eliminando los nodos más importantes, que eventualmente pueden ser los más conectados o *hubs*. La importancia de un nodo está dada por varios factores asociados a su conectividad y a la de la red como un todo. Algunas de las propiedades de los nodos son las medidas de centralidad de grado nodal, definida como el número de conexiones que tiene un nodo; la centralidad de intermediación, definida a partir del número de geodésicas o caminos más cortos entre pares de nodos que pasan por el nodo en cuestión; la centralidad de cercanía, dada por el inverso de la suma de las distancias del nodo a los demás nodos; los coeficientes de cohesión, dados por la conectividad entre los vecinos de un nodo, y las distancias geodésicas (Newman, 2007, 2010; Wasserman y Faust, 1994).

En el análisis de vulnerabilidad y robustez de las redes complejas, los resultados de Albert, Jeong y Barabási (2000) marcaron un punto de partida; encontraron que algunos aspectos de dichas propiedades dependen de la topología de las redes, en particular de la distribución de grado nodal. Así, las redes libres de escala son consideradas como robustas ante errores o fallas aleatorias en el sistema, mientras que son vulnerables a ataques dirigidos a los nodos más conectados. En contraposición, las redes aleatorias son robustas ante los ataques dirigidos a nodos muy conectados.

Por otro lado, los resultados de Newman, (2002) muestran que las redes con configuración selectiva en sus distribuciones de grado son más robustas ante la remoción de nodos altamente conectados. Una configuración selectiva se da cuando los nodos con mayor número de conexiones están enlazados con otros nodos altamente ligados. Este comportamiento se observa en redes sociales, mientras que las redes tecnológicas y biológicas tienden a no tener una configuración selectiva. Estos resultados sugieren que las redes sociales son menos vulnerables que las redes biológicas o las artificiales a ataques a sus nodos más importantes.

En la literatura sobre vulnerabilidad de redes complejas se plantean diferentes maneras de analizar los efectos de quitar un elemento de la red, como por ejemplo establecer cuánto cambian las geodésicas (Boccaletti, *et al.*, 2007; Latora y Marchiori, 2005; Mishkovski, Biey y Kocarev, 2011), evaluar qué tanto se fragmenta la red (Albert, Jeong y Barabási, 2000; Newman, 2002; Wu, *et al.*, 2007) o evaluar los cambios en los flujos en ésta (Nagurney y Qiang, 2007). Sin embargo, no hay un acuerdo sobre una metodología de análisis que tenga en cuenta los cambios en la topología de la red de forma sistemática, para medir y estudiar la vulnerabilidad de una red ante diferentes sucesos posibles.

4. DESARROLLOS Y APLICACIONES EN TRANSPORTE URBANO

Los sistemas de transporte y movilidad urbanos son sistemas complejos, compuestos por un gran número de elementos interconectados entre sí, que además presentan comportamientos colectivos emergentes y no lineales (Amaral y Ottino, 2004). Por lo tanto, una aproximación plausible para el análisis de estos sistemas es mediante el uso de herramientas conceptuales y analíticas de la ciencia de la complejidad, entre ellas las redes complejas, que permiten mapear de manera directa los elementos del sistema en nodos y vínculos entre ellos. Uno de los aspectos más importantes del análisis de las redes complejas es que a partir de su topología es posible determinar algunas de sus propiedades dinámicas, por lo que ofrece nuevas herramientas metodológicas para una mejor comprensión de fenómenos propios del transporte urbano como la congestión.

A pesar de que desde la ciencia de las redes complejas se han estudiado una cantidad significativa de redes de diferente tipo, el estudio de redes de transporte urbano ha sido limitado y las aproximaciones que hay en la literatura han sido principalmente de físicos y no de ingenieros o planificadores de transporte (Derrible y Kennedy, 2011).

4.1. Redes de transporte urbano

El uso de Teoría de Grafos en sistemas de transporte urbano surgió entre los años 50 y 70 con el fin

de predecir los impactos económicos regionales en los sistemas de autopistas interestatales en los Estados Unidos (Derrible y Kennedy, 2011). Con el desarrollo de la computación, los modelos de redes de transporte se vuelven más intensivos en información y surgen los modelos de cuatro etapas que son ampliamente usados en la planeación del transporte (Ortúzar y Willumsen, 2011). Estos modelos dividen el problema de la planeación del transporte urbano en modelos de demanda y de oferta. Los modelos de demanda estiman la cantidad de viajes desde una zona de origen (generación de viajes) a las diferentes zonas de destino (distribución de viajes) para los diferentes modos de transporte disponibles (partición modal). Los modelos de oferta reparten o asignan los viajes generados en los modelos de demanda en la malla vial, buscando el equilibrio entre oferta y demanda (Ortúzar y Willumsen, 2011).

A partir de esta separación se diferencian dos tipos de subsistemas: la demanda y la oferta de transporte, que a su vez pueden ser representados por dos redes diferentes: una red de movilidad que representa la matriz origen destino de los modelos de demanda y una red de vías en la que se asignan dichos viajes en los modelos de oferta. Ambas son redes dirigidas, ya que los arcos que conectan los nodos tienen una dirección definida, y son redes pesadas, ya que los arcos tienen flujos distintos, que en el caso de la red de movilidad son el número de viajes entre las zonas origen-destino y en el caso de la red de vías transporte pueden ser la capacidad del tramo, la longitud y los tiempos de viaje, entre otros atributos.

Los análisis de vulnerabilidad y robustez para redes de movilidad urbana, han sido enfocados principalmente a analizar problemas de difusión de enfermedades o de información a partir de los flujos entre zonas origen y destino (Balcan, *et al.*, 2009; Belik, Geisel y Brockmann, 2011; González, Hidalgo y Barabasi, 2008) e indirectamente a analizar problemas de accesibilidad desde un contexto de planeación urbana (de Montis, Caschili y Chessa, 2011; Caschili y de Montis, 2013), desde la inclusión social (Hernández, 2012) o desde una perspectiva geográfica (Rodríguez-Nuñez, 2012). En el caso de las redes viales de transporte urbano, que bien pueden ser la malla vial completa o un subgrafo de ésta (por ejemplo la red de metro o buses), el análisis

ha sido enfocado a los efectos de una falla o un ataque a la infraestructura vial y sus consecuencias.

En la siguiente sección se revisan los trabajos de análisis de vulnerabilidad de redes viales de transporte urbano, tanto desde la perspectiva tradicional del análisis de transporte, como desde la perspectiva de las redes complejas.

4.2. Vulnerabilidad y robustez de las redes viales de transporte urbano

En el análisis de vulnerabilidad y robustez de las redes viales desde el análisis tradicional del transporte se utilizan modelos de equilibrio o de optimización que siguen los principios de la asignación de tráfico postulados por Wardrop (1952) para medir los efectos de la remoción de un elemento de la red de transporte en los costos generalizados del viaje.

Jenelius, Petersen y Mattsson (2006) introducen los conceptos de importancia del tramo y exposición del lugar basados en el incremento en los costos generalizados de viaje cuando se cierra una vía, los cuales aplicaron al análisis de vulnerabilidad de la red vial del norte de Suecia. El estudio plantea dos enfoques: el de oportunidades iguales y el de eficiencia social. En el primer caso todas las vías tienen el mismo peso en el análisis mientras que en el segundo las vías con mayor demanda de viajes tienen mayor importancia. En el cálculo de la función de costos generalizados del viaje (tiempo) los tramos son pesados por la demanda, llevando a que tramos con mayor peso produzcan un mayor incremento en la función de costos. Las consideraciones sobre el comportamiento de los usuarios del sistema de transporte siguen el principio de equilibrio del usuario (Wardrop, 1952).

De forma semejante, Nagurney y Qiang (2007) proponen una medida de eficiencia para la red que identifica sus elementos más importantes teniendo en cuenta el principio de equilibrio del usuario en la red y, por lo tanto, esta medida involucra tanto distancias como costos, flujos y comportamientos de los usuarios en el sistema. Ellos presentan aplicaciones a una red de distribución de energía eléctrica, a una red de transporte y al caso de la paradoja de Braess, la cual establece que aumentar la capacidad de una red cuando los agentes eligen de forma egoísta su ruta, puede

en algunos casos, reducir el desempeño general de la red. (Braess, Nagurney y Wakolbinger, 2005).

Por su parte, Eustace, Russell y Dean (2012) usan un análisis de robustez para decidir a cuáles tramos viales de la red debe darse prioridad en el desarrollo de planes de transporte. La medida de robustez del tramo está basada en cuántas veces éste aparece congestionado en diferentes escenarios. Aquí la congestión se mide como la relación de volumen-capacidad, resultado de un modelo de asignación de tráfico.

La desventaja de utilizar modelos de equilibrio o de optimización en el análisis de vulnerabilidad o robustez de las redes de transporte es la complejidad computacional al tener en cuenta los efectos de congestión, ya que se genera un modelo combinatorio no lineal que aumenta la complejidad al aumentar el tamaño de la red (Patriksson, 1994; Lotero, Jaramillo y Rave, 2013).

Por otro lado, desde la perspectiva de las redes complejas, Latora y Marchiori (2005) definen una medida de eficiencia de red que identifica los componentes críticos, es decir los elementos más vulnerables de la red y estiman la importancia de un ataque o falla a esta como la caída relativa en el desempeño de la red según su eficiencia. Así, la vulnerabilidad de la red o infraestructura física está dada por la relación entre su desempeño después del peor ataque o falla y su desempeño inicial. En dicho trabajo presentan el análisis de vulnerabilidad del sistema de metro subterráneo de Boston e identifican las estaciones y líneas críticas. Un enfoque similar, usando el mismo indicador de eficiencia, utiliza Chang y colaboradores (2006) para analizar y comparar los sistemas de metro de Seoul, Tokyo, Boston y Beijing. Además, plantean como análisis de robustez la respuesta de la red a la desconexión de elementos, a través del análisis de formación de subgrafos triangulares; un alto número de triángulos en la red ofrece más alternativas ante una posible falla o ataque en la red.

Han y Liu (2009) toman como base de análisis diez redes de metro en China y para el análisis de vulnerabilidad tienen en cuenta tanto errores como ataques. En el análisis de la tolerancia a errores remueven aleatoriamente nodos de la red y en el estudio de vulnerabilidad a ataques usan cuatro métodos de eliminación de nodos: según su grado nodal inicial,

según su valor de intermediación inicial, según el grado nodal recalculado después de las remociones y según el valor de intermediación recalculado. De estos métodos el que más afecta la red es el basado en la intermediación recalculada. Entre otros resultados, encuentran que a pesar de que las redes evaluadas no son libres de escala, cumplen con la propiedad descrita para dichas redes de ser robustas a la remoción aleatoria de nodos y vulnerables a ataques a nodos importantes.

Derrible y Kennedy (2010) estudian 33 sistemas de metro y plantean un análisis de robustez, entendiendo robustez como la existencia de rutas alternativas para los usuarios ante accidentes o fallas. La medida de robustez depende del número de ciclos presentes en el grafo que representa el sistema y de la propensión de los vínculos a fallar. Los resultados de este trabajo muestran que la red es más robusta cuanto más cohesionada esté. Asimismo, muestran que la robustez de estos sistemas de metro depende del tamaño de la red, del coeficiente de escalamiento (si la red sigue una ley de potencias), de las posibilidades de trasbordo y de los coeficientes de cohesión.

La mayoría de aproximaciones al análisis de vulnerabilidad en redes de transporte urbano usando redes complejas ha sido enfocada a redes de metro, cuyo tamaño es considerablemente menor comparada con una red de transporte que considere la malla vial completa.

5. CONCLUSIONES

Este artículo presenta una revisión de la literatura para el análisis de la vulnerabilidad de redes complejas con casos de aplicación al transporte urbano que, para el conocimiento de los autores a la fecha, no existe y que puede ser una herramienta para complementar los procesos de toma de decisiones en planificación urbana y de transporte, a nivel local, nacional o internacional.

El formalismo de las redes complejas ha sido utilizado recientemente para describir y analizar múltiples sistemas sociales, biológicos y artificiales incluyendo la movilidad y el transporte urbano. Actualmente, en esta perspectiva no existe un consenso sobre los conceptos que soportan la evaluación de la

vulnerabilidad en redes complejas ni las metodologías de análisis más adecuadas. Tampoco hay una práctica de la aplicación de este tipo de análisis a sistemas de interés práctico, por lo tanto es necesario realizar clarificaciones metodológicas que faciliten la difusión de esta perspectiva para apoyar procesos técnicos, de planeación, políticos y de toma de decisión.

En el caso del transporte urbano se encuentran aplicaciones muy recientes y todavía limitadas en cantidad, a pesar de que estos sistemas tienen una representación natural en términos de grafos. Se encontraron aplicaciones en redes de metro en Norteamérica, Europa y Asia, pero ninguna aplicada a la red vial como un todo. No se encontraron aplicaciones de este formalismo al análisis de la vulnerabilidad de sistemas de transporte urbano a nivel local, nacional e incluso a nivel latinoamericano, lo que indica que es necesario difundir entre investigadores, técnicos y tomadores de decisión tanto las características conceptuales y las metodologías que soportan esta perspectiva como las ventajas prácticas de su aplicación.

REFERENCIAS

- Albert, R.; Jeong, H. y Barabási, A. L. (2000). Error and Attack Tolerance of Complex Networks. *Nature*, 406(6794), pp. 378-82.
- Amaral, L. A. y Ottino, J. M. (2004). Complex Networks: Augmenting the Framework for the Study of Complex Systems. *European Physical Journal B*, 38(2), pp. 147-162.
- Balcan, D.; Colizza, V.; Gonçalves, B. H.; Hao, *et al.* (2009). Multiscale Mobility Networks and the Spatial Spreading of Infectious Diseases. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(51), pp. 21484-21489.
- Barabási, A. L. (2005). Taming Complexity. *Nature Physics*, 1(2), pp. 68-70.
- Barabási, A. L. y Albert, R. (1999). Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*, 286, October, pp. 509-512.
- Barabási, A. L. (2013). Network Science. *Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, 371(1987), pp. 20120375.
- Barrat, A.; Barthélemy, M.; Vespignani, A. (2008). *Dynamical Processes on Complex Networks*. New York: Cambridge University Press, 368p.
- Barrat, A.; Barthélemy, M.; Pastor-Satorras, R. y Vespignani, A. (2004). The Architecture of Complex Weighted

- Networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 101(11), pp. 3747-52.
- Belik, V.; Geisel, T. y Brockmann, D. (2011). Natural Human Mobility Patterns and Spatial Spread of Infectious Diseases. *Physical Review X*, 1(1), pp. 1-5.
- Bianconi, G.; Pin, P. y Marsili, M. (2009). Assessing the Relevance of Node Features for Network Structure. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(28), pp. 11433-11438
- Boccaletti, Stefano; Buldú, Javier; Criado, Regino. *et al.* (2007). Multiscale Vulnerability of Complex Networks. *Chaos*, 17(4), pp. 043110.
- Boccaletti, S.; Latora, V.; Moreno, Y., *et al.* (2006). Complex Networks: Structure and Dynamics. *Physics Reports*, 424(4-5), pp. 175-308.
- Borgatti, S. (2005). Centrality and Network Flow. *Social Networks*, 27(1), pp. 55-71.
- Braess, D.; Nagurney, A. y Wakolbinger, T. (2005). On a Paradox of Traffic Planning. *Transportation Science*, 39(4), pp. 446-450.
- Caschili, S. y de Montis, A. (2013). Accessibility and Complex Network Analysis of the U.S. Commuting System. *Cities*, 30(Febrero), pp. 4-17.
- Chang, K.; Kim, K.; Oshima, H. y Yoon, S. (2006). Subway Networks in Cities. *Journal of the Korean Physical Society*, 48, pp. 143-145.
- Cohen, R. y Havlin, S. (2010). *Complex Networks: Structure, Robustness and Function*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 248p.
- Costa, L. da F.; Rodrigues, F.; Travieso, G., *et al.* (2007). Characterization of Complex Networks: A Survey of Measurements. *Advances in Physics*, 56(1), pp. 167-242.
- De Montis, A.; Caschili, S. y Chessa, A. (2011). Spatial Complex Network Analysis and Accessibility Indicators: the Case of Municipal Commuting in Sardinia, Italy. *European Journal of Transport and Infrastructure Research*, 11(4), pp. 405-419
- Derrible, S. y Kennedy, C. (2010). The Complexity and Robustness of Metro Networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(17), pp. 3678-3691.
- Derrible, S. y Kennedy, C. (2011). Applications of Graph Theory and Network Science to Transit Network Design. *Transport Reviews: A Transnational Transdisciplinary Journal*, 31(4), pp. 495-519.
- Dorogovtsev, S. y Mendes, J. F. (2003) *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW*. New York, USA: Oxford University Press. 280p
- Dorogovtsev, S.; Goltsev, A. y Mendes, J. F. (2008). Critical Phenomena in Complex Networks. *Reviews of Modern Physics*, 80(4), pp. 1275-1335.
- Erdős, P. y Rényi, A. (1959). On Random Graphs, I. *Publicationes Mathematicae*, 6(December), pp. 290-297.
- Euler, L. (1736). Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, 8, pp. 128-140.
- Eustace, D.; Russell, E. y Dean, L. (2012). Incorporating Robustness Analysis into Urban Transportation Planning Process. En: Levinson D, Liu H y Bell M (eds) *Network reliability in practice*. Springer, New York, pp. 97-114
- Freeman, L. (2004). *The Development of Social Network Analysis: A Study in the Sociology of Science*. Vancouver: Empirical Press, 2004. 208p
- Ghedini, C. y Costa-Ribeiro, C. (2009). A Framework for Vulnerability Management in Complex Networks. *2009 International Conference on Ultra Modern Telecommunications & Workshops*, pp. 1-8. IEEE.
- Gol'dshteyn, V.; Koganov, G. y Surdutovich, G. Vulnerability and Hierarchy of Complex Networks. [Documento en línea]. *Los Alamos National Laboratories Repository*. 2004: Disponible en: <<http://arXiv.org/abs/cond-mat/0409298>>. [Consultado el 7 de marzo de 2012].
- González, M.; Hidalgo, C., Barabási, A. L. (2008). Understanding Individual Human Mobility Patterns. *Nature*, 453(7196), pp. 779-782.
- Granovetter, M. (1973). The Strength of Weak Ties. *American Journal of Sociology*, 78(6), pp. 1360-1380.
- Granovetter, M. (1983). The Strength of Weak Ties: A Network Theory Revisited. *Sociological Theory*, 1, pp. 201-233.
- Han, C. y Liu, L.. (2009). Topological Vulnerability of Subway Networks in China. *2009 International Conference on Management and Service Science*, pp. 1-4.
- Hernández, D.. (2012). Activos y estructuras de oportunidades de movilidad: Una propuesta analítica para el estudio de la accesibilidad por transporte público, el bienestar y la equidad. *EURE (Santiago)*, 38(115), pp. 117-135.
- Holmgren, A. (2006). Using Graph Models to Analyze the Vulnerability of Electric Power Networks. *Risk Analysis: An Official Publication of the Society for Risk Analysis*, 26(4), pp. 955-969.
- Jenelius, E.; Petersen, T. y Mattsson, L. G. (2006). Importance and Exposure in Road Network Vulnerability Analysis. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 40(7), pp. 537-560.

- Latora, V. y Marchiori, M. (2005). Vulnerability and Protection of Infrastructure Networks. *Physical Review E*, 71(1), pp. 1-4.
- Liu, W. y Duff, R. (1972). The Strength of Weak Ties. *The Public Opinion Quarterly*, 36(3), pp. 361-366.
- Lotero, L.; Jaramillo, P., y Rave, C. C. (2013). A Heuristic Decomposition Method for Large-Scale Traffic Assignment: Aburra Valley Case Study. *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, 68, pp. 187-197.
- McEntire, D. (2005). Why Vulnerability Matters: Exploring the Merit of an Inclusive Disaster Reduction Concept. *Disaster Prevention and Management*, 14(2), pp. 206-222.
- Milgram, S. (1967). The Small World Problem. *Psychology Today*, 2(1), pp. 60-67.
- Mishkovski, I.; Biey, M. y Kocarev, L. (2011). Vulnerability of Complex Networks. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16(1), pp. 341-349.
- Nagurney, A. y Qiang, Q. (2007). A Network Efficiency Measure with Application to Critical Infrastructure Networks. *Journal of Global Optimization*, 40(1-3), pp. 261-275.
- Nagurney, A. y Qiang, Q. (2011). Fragile Networks: Identifying Vulnerabilities and Synergies in an Uncertain Age. *International Transactions in Operational Research*, 19(1-2), pp. 123-160.
- Newman, M. (2002). Assortative Mixing in Networks. *Physical Review Letters*, 89(20), pp. 1-4.
- Newman, M. (2003). The Structure and Function of Complex Networks. *SIAM Review*, 45(2), pp. 167-256.
- Newman, M.; Barabási, A. y Watts, D. *The Structure and Dynamics of Networks*. Princeton, New Jersey, USA: Princeton University Press, 2006. 592p.
- Newman, M. (2007). The Mathematics of Networks. *The new palgrave encyclopedia of economics*, pp. 1-12.
- Newman, M. *Networks: an introduction*. New York, New York, USA: Oxford University Press, 2010. 784p.
- Ortúzar, J. de D. y Willumsen, L. *Modelling transport (4th ed.)*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd. 2011. 606p.
- Ouyang, Min; Hong, Liu; Mao, Zi-Jun; et al. (2009). A Methodological Approach to Analyze Vulnerability of Interdependent Infrastructures. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 17(5), pp. 817-828.
- Patriksson, M. *The traffic assignment problem, models and methods*. Utrecht: VSP. 1994. 222p.
- Porta, S.; Crucitti, P. y Latora, V. (2006). The Network Analysis of Urban Streets: A Dual Approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 369(2), pp. 853-866.
- Redner, S. (1998). How Popular is your Paper? An Empirical Study of the Citation Distribution. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 4(2), pp. 131-134.
- Rodríguez-Núñez, E. (2012). Estudio de la vulnerabilidad de redes de transporte desde una perspectiva geográfica. *Revista de Estudios Andaluces*, 29, pp. 59-82.
- Setola, R. y Porcellinis, S. (2009). *Complex Networks and Critical Infrastructures*. En: Chiuso, A.; Fortuna, L.; Frasca, M.; Rizzo, A.; Schenato, L. y S. Zampieri (Eds.) *Modelling, Estimation and Control of Networked Complex Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 91-106.
- Sydney, A.; Scoglio, C.; Youssef, M. y Schumm, P. (2010). Characterizing the Robustness of Complex Networks. *International Journal of Internet Technology and Secured Transactions*, 2(3-4), pp. 291-320.
- Travers, J. y Milgram, S. (1969). An Experimental Study of the Small World Problem. *Sociometry*, 32(4), pp. 425-443.
- Vega-Redondo, F. *Complex Social Networks*. Cambridge University Press, 2007. 294p.
- Wardrop, John. (1952). Some Theoretical Aspects of Road Traffic Tesearch. *Proceedings of the Institute of Civil Engineers*, 1, pp. 325-378.
- Wasserman, S. y Faust, K. *Social network analysis: Methods and applications*. Cambridge university press, 1994. 857p.
- Watts, D. y Strogatz, S. (1998). Collective Dynamics of Small-World Networks. *Nature*, 393(6684), pp. 440-442.
- Watts, D. (2004). The "New" Science of Networks. *Annual Review of Sociology*, 30, pp. 243-270.
- Wu, Jun; Deng, Hong-Zhong; Tan, Yue-Jin y Zhu, Da-Zhi. (2007). Vulnerability of Complex Networks Under Intentional Attack with Incomplete Information. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 40(11), pp. 2665-2671.

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /
TO REFERENCE THIS ARTICLE /
PARA CITAR ESTE ARTIGO /**

Lotero-Vélez, L. y Hurtado-Heredia, R. G. (2014). Vulnerabilidad de redes complejas y aplicaciones al transporte urbano: una revisión de la literatura. *Revista EIA*, 11(21) enero-junio, pp. 67-78. [Online]. Disponible en: <http://dx.doi.org/10.14508/reia.2014.11.21.67-78>

