



Revista EIA
ISSN 1794-1237
e-ISSN 2463-0950
Año XIX/ Volumen 20/ Edición N.40
Julio - diciembre de 2023
Reia4006 pp. 1-12

Publicación científica semestral
Universidad EIA, Envigado, Colombia

**PARA CITAR ESTE ARTÍCULO /
TO REFERENCE THIS ARTICLE /**

Calvo-De Armas, Y.; Arias-Hernández,
N.; Molina-Prado M. L.
Cálculo del coeficiente de difusión
en líquidos por interferometría
holográfica de doble exposición:
estudio teórico
Revista EIA, 20(40), Reia4006.
pp. 1-12.
<https://doi.org/10.24050/reia.v20i40.1668>

✉ *Autor de correspondencia:*

Molina-Prado M. L. (Martha Lucía).
Lic. En Matemáticas y Física. Doctorado
en Ciencias Naturales – Física.
Universidad de Pamplona
Correo electrónico:
marlumopra@unipamplona.edu.co

Recibido: 21-12-2022

Aceptado: 15-05-2023

Disponible online: 01-06-2023

Cálculo del coeficiente de difusión en líquidos por interferometría holográfica de doble exposición: estudio teórico

YAILINN YADIANA CALVO-DE ARMAS¹

NÉSTOR ALONSO ARIAS-HERNÁNDEZ¹

✉ MARTHA LUCÍA MOLINA-PRADO¹

1. Universidad de Pamplona - Colombia

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio teórico de la medición del coeficiente de difusión (CD) en sustancias líquidas con interferometría holográfica de doble exposición (IHDE). La difusión ha sido definida, a lo largo de la historia, como el fenómeno en que la materia se traslada en un sistema, desde regiones con concentraciones altas hasta aquellas regiones en las que la concentración es menor, consecuencia de los movimientos aleatorios de sus moléculas. La difusión procede gradualmente en la mezcla de las sustancias finalizando justo cuando las concentraciones se igualan; en el caso de sustancias en fase líquida, la difusión de un soluto en un solvente. Para el estudio de este proceso se han utilizado múltiples técnicas dentro de las que resaltan las ópticas, específicamente la interferometría holográfica, la cual asocia la precisión de las mediciones interferométricas con las ventajas de la holografía; al implementar IHDE, se logran comparar los frentes de onda, que en principio se separaron en el tiempo, permitiendo entonces que cualquier tipo de variación en el objeto analizado, por mínima que sea, pueda determinarse al conocer la longitud de onda característica de la luz empleada. En este artículo, se presenta el desarrollo teórico para la obtención de la expresión matemática desde la que se puede calcular el CD en líquidos, utilizando IHDE, resaltando que esta se halla a través de la comparación entre franjas interferenciales del mismo orden registradas en distintos tiempos, teniendo en cuenta las distancias, medidas desde la interface entre los dos líquidos, a las que estas aparecen. Finalmente se realiza un análisis de la expresión hallada y como esta se aplica a partir de datos obtenidos experimentalmente.

Palabras clave: Difusión; Coeficiente de Difusión; Interferometría; Holografía; Doble Exposición; Difusión en Líquidos; Solute y Solvente; Interferometría Holográfica; Gradiente de Concentración; Gradiente de Índice de refracción.

Calculation of the diffusion coefficient in liquids by double exposure holographic interferometry: a theoretical study.

Abstract

This work is carried out with the purpose of studying theoretically the measurement of the diffusion coefficient (DC) in liquid substances using double exposure holographic interferometry (DEHI). Diffusion has been defined, throughout history, as the phenomenon in which matter moves in a system, from regions with high concentrations to those regions where the concentration is lower, as a consequence of the random movements of its molecules. Diffusion proceeds gradually in the mixture of substances, ending just when the concentrations are equalized; in the case of liquid phase substances, the diffusion of a solute in a solvent. For the study of this process, multiple techniques have been used, among which the optical ones stand out, specifically holographic interferometry, which associates the precision of interferometric measurements with the advantages of holography; by implementing IHDE, it is possible to compare the wavefronts, which in principle were separated in time, thus allowing any type of variation in the analyzed object, however small, to be determined by knowing the characteristic wavelength of the light used. In this article, the theoretical development is presented to obtain the mathematical expression from which the CD in liquids can be calculated, using IHDE, highlighting that this is found through the comparison between interferential fringes of the same order recorded at different times, taking into account the distances, measured from the interface between the two liquids, at which they appear. Finally, an analysis of the expression found and how it is applied from experimentally obtained data is carried out.

Keywords: Diffusion coefficient; Interferometry; Holography; Double exposure; Diffusion in liquids; Solute and Solvent; Holographic interferometry; Concentration gradient; Refractive index gradient.

1. Introducción

El coeficiente de difusión de un soluto en un solvente se puede calcular teóricamente (Crank, 1975; Cussler, 2009; Ghez, 2001) o realizando medidas experimentales a partir de métodos químicos (Reid, Prausnitz y Poling, 1987; Bird, Stewart y Ligtfoot, 1987; Stokes, 1950; Stokes et al., 2002; Anderson y Saddington, 1949; Cadavid y Garzón, 2011) o haciendo uso de técnicas ópticas (Becsey, Maddux, Jackson y Bierlein, 1970; Shustin, Velichkina, Chernevich and Yakovlev, 1975; Szydłowska y Janowska 1982; Chhaniwal, Anand, y Narayanamurthy, 2005; Ambrosini, Paloletti y Rashidnia, 2008). Estas últimas técnicas permiten registrar el cambio en el índice de refracción producido dentro del fluido,

debido a la distribución de concentración en el proceso de difusión entre los líquidos (Riquelme, Lira, Perez, Rayas y Rodríguez, 2007). La difusión en mezclas transparentes es estudiada convenientemente por medio de interferometría; se utilizan tanto la convencional (Tyrrel y Harris, 1984) como la interferometría holográfica (Kreis, 2005). En la literatura se logra comprobar que la difusión es resultado de diversas variaciones de cantidades físicas; en este caso, se estudia el de concentración, analizando así difusión isobárica, en condiciones isotermas en las que los gradientes o variaciones de fuerzas externas no existen (Fernandez, 1983). Este gradiente, en el caso de realizar medidas experimentales del coeficiente de difusión por técnicas ópticas, altera la trayectoria del haz de luz generando, después de atravesar el medio, un desfase no uniforme (Riquelme, Lira, Perez, Rayas y Rodríguez, 2007).

El proceso de comparar interferométricamente dos o más ondas, donde mínimo alguna de las dos se reconstruye holográficamente, es conocido como interferometría holográfica; la constitución de estas dos ondas componen el llamado interferograma holográfico. La ventaja de este método en cuanto a la interferometría clásica radica en varios aspectos, entre los que se resaltan menos problemas de alineamiento del sistema óptico, el medio de registro holográfico permite almacenar mayor información y no se necesita tiempo de revelado, logrando así que el frente de onda óptico que proviene del objeto o la superficie analizada, pueda ser grabado y reconstruido al tiempo, de manera muy precisa (Kreis, 2005).

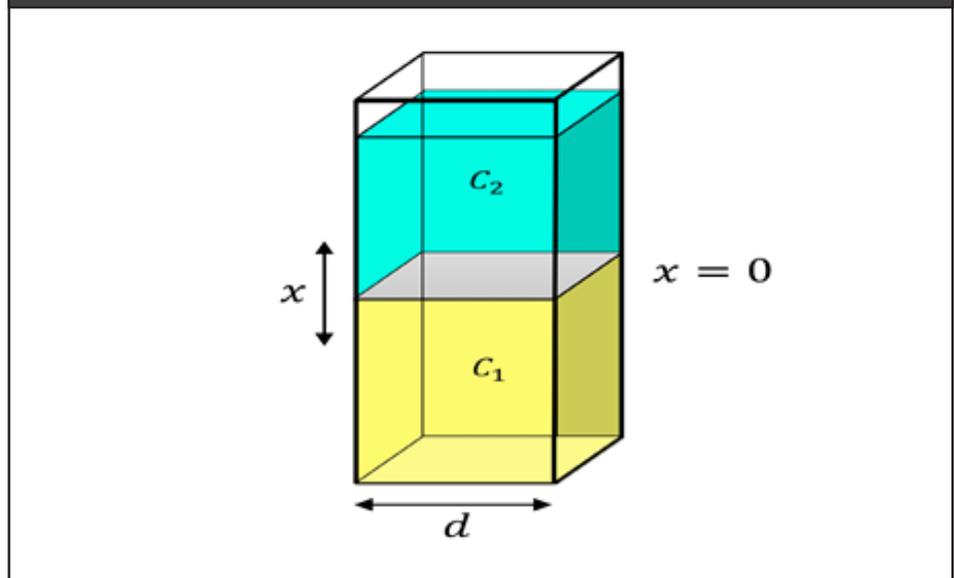
Para estimar el CD en un sistema específico, mediante una expresión en la que se utilicen métodos ópticos de interferometría holográfica, se debe solucionar la Segunda Ley de Fick, expresión que explica el fenómeno de difusión, asignando el origen de franjas interferenciales, como condición importante. Diferentes métodos basados en este modelo han sido estudiados ampliamente (Chhaniwal et al., 2008; Chhaniwal et al., 2014; Mialdun y Shevtsova, 2011); para calcular el coeficiente de difusión, la técnica desarrollada por Bochner y Pipman (1976) utiliza la distancia de los picos en el perfil de diferencia de concentración entre dos tiempos, arrojado por las franjas interferométricas; Gabelmann-Gray con Fenichel (1979) y luego Fenichel, Frankena y Groen (1984), usaron el desplazamiento del patrón de franjas de interferencia referente a las dos exposiciones registradas, método mejorado por Ruiz, Celdran, Santos y Fernández (1985), quienes tuvieron en cuenta únicamente grupos de dos franjas en el mismo orden, y aclararon que el tiempo es el valor medio entre los dos instantes en que se realizan las exposiciones.

En esta línea de ideas, en este trabajo se realiza el desarrollo teórico que permite encontrar una expresión para calcular el CD en sustancias líquidas, a partir del uso de interferometría holográfica, haciendo principal énfasis en la de doble exposición.

2. Cálculo de la expresión para hallar el coeficiente de difusión por IHDE

Con el objetivo de hallar una ecuación para el cálculo del CD, asumido como una constante durante todo este proceso, se debe analizar especialmente el caso en el que dos columnas de líquido se encuentran a una distancia prácticamente infinita por encima y por debajo de la interface o límite de separación entre estos, dando solución a la Segunda Ley de Fick, la cual es aplicable a columnas de líquido con longitud finita, al especificar variadas condiciones de frontera o condiciones iniciales, en las que los tiempos en consideración no sean lo suficientemente extensos que impliquen la detección de diferencias en la concentración que sucedan antes de llegar a los bordes de la celda (difusión libre).

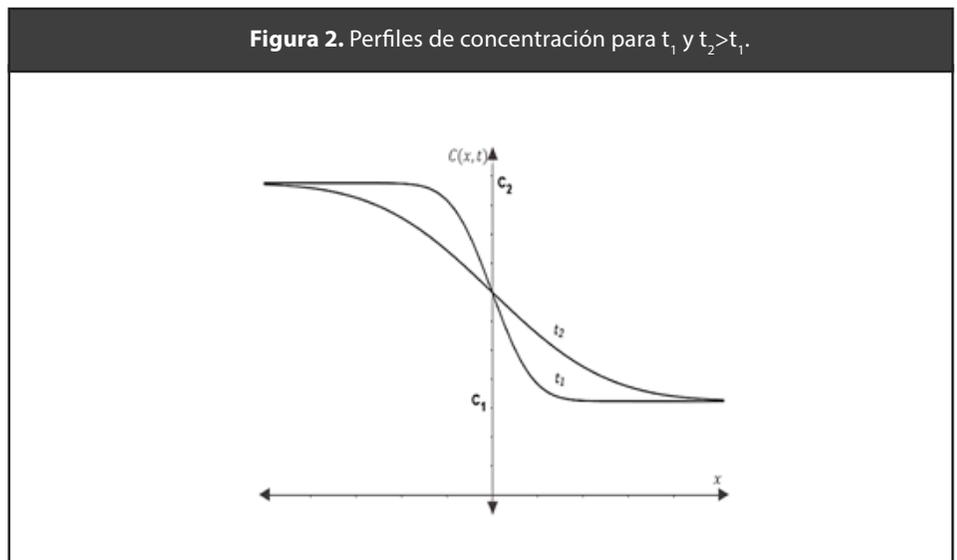
Figura 1. Celda "infinita" de difusión.



Siguiendo lo mostrado en la figura 1, para dos líquidos con concentraciones iniciales C_1 y C_2 , que inicialmente están separados en el punto $x=0$, la solución es:

$$C(x,t) = (C_1 + C_2)/2 + (C_2 - C_1)/\sqrt{\pi} \int_0^\eta e^{-\eta^2} d\eta \quad (1)$$

Donde $\eta = x/(2\sqrt{Dt})$, siendo D el coeficiente de difusión. Si se sigue la difusión que tiene lugar en la celda, será notable el cambio del gradiente de concentración en función del tiempo; el comportamiento de estas expresiones puede observarse en la figura 2.



Para las exposiciones realizadas en t_1 y t_2 , la variación en la concentración es:

$$C(x, t_1) - C(x, t_2) = \frac{C_2 - C_1}{\sqrt{\pi}} \left[\int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt_2}}}^{\frac{x}{2\sqrt{Dt_1}}} e^{-\eta^2} d\eta \right] \quad (2)$$

Al implementar IHDE el holograma de doble exposición reconstruye el patrón de interferencia, estableciendo la importancia del cálculo del CD por medio de la interferometría holográfica, en donde ahora, más que la variación en la concentración, toma mayor importancia el gradiente o variación de índice de refracción, mostrado en la figura 3. Además, al considerar la refractometría, práctica química que estudia las propiedades de sustancias en estado líquido,

es notable la relación lineal entre el índice de refracción y la concentración, pudiendo así establecer que, durante el proceso de difusión y dadas las dos exposiciones realizadas, la variación de índices se define por:

$$n(x, t_1) - n(x, t_2) = A \left[\int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt_2}}}^{\frac{x}{2\sqrt{Dt_1}}} e^{-\eta^2} d\eta \right] \quad (3)$$

Ahora bien, cumpliéndose la equivalencia del gradiente de concentración ΔC con la diferencia de camino óptico Δ determinada para cada par de franjas y además conociendo la proporcionalidad entre Δ y la distancia d recorrida por la luz en un medio con índice de refracción determinado n , tiene lugar la correspondencia $\Delta C = \Delta = \Delta n d$, satisfaciendo la condición:

$$n(x, t_1) - n(x, t_2) = \Delta n = (2k + 1) \frac{\lambda}{2d} \quad (4)$$

Donde el orden de interferencia de la franja en consideración está definido por k y λ determina, en relación a la luz utilizada, la longitud de onda. Teniendo el gradiente de índice de refracción como función de la concentración y de la condición de mínimo, es posible igualar la ecuación (1) y la ecuación (4), obteniendo entonces:

$$(2k + 1) \frac{\lambda}{2d} = A \left[\int_{\frac{x}{2\sqrt{Dt_2}}}^{\frac{x}{2\sqrt{Dt_1}}} e^{-\eta^2} d\eta \right] \quad (5)$$

Al tomar como referencia la franja que aparece en la posición x_1 (orden m) y la franja que aparece en la posición x_2 (orden p), ver figura 5(b), en donde el factor $\lambda/2Ad$ permanece constante, para hallar el CD es evidente la importancia de que se satisfaga la expresión:

$$\int_{\frac{x_1}{2\sqrt{Dt_2}}}^{\frac{x_1}{2\sqrt{Dt_1}}} \frac{e^{-\eta^2}}{2m + 1} d\eta - \int_{\frac{x_2}{2\sqrt{Dt_2}}}^{\frac{x_2}{2\sqrt{Dt_1}}} \frac{e^{-\eta^2}}{2p + 1} d\eta = 0 \quad (6)$$

Shustin, Velichkina, Chernevich y Yakovlev (1975) y años después Gabelmann et al. (1979) y Fenichel et al. (1984)

propusieron, desde la variación del índice de refracción, un desarrollo en serie de la función error, obteniendo para el coeficiente de difusión la ecuación:

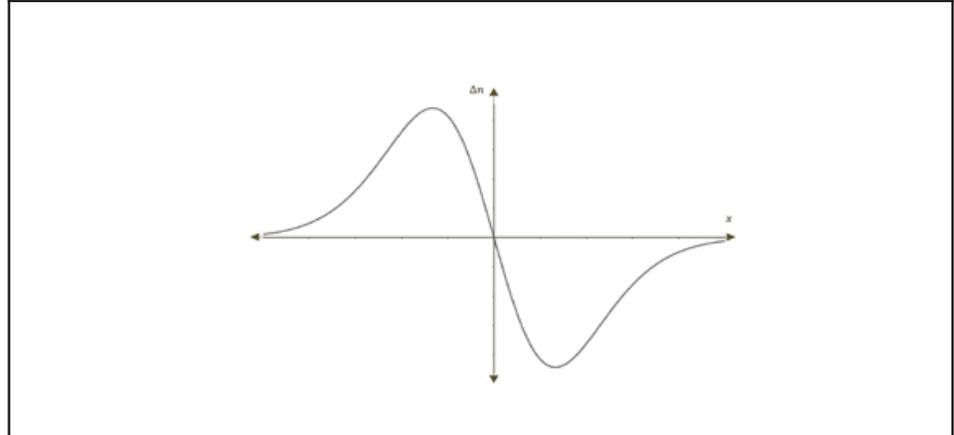
$$D = \frac{x_2^2 - x_1^2}{4t} \ln \left[\frac{x_1(2p + 1)}{x_2(2m + 1)} \right]^{-1} \quad (6)$$

En la expresión (7) es evidente que D, depende de la posición de las franjas (x_1 y x_2) y a su vez del tiempo t medido a partir del inicio de la exposición; en estudios experimentales, dicha expresión solo permite analizar casos muy restringidos ($\Delta t \ll t_1$) pues al no establecer esta condición, los resultados de estos análisis no serían lo suficientemente correctos para los sistemas que usualmente se estudian (Fernandez 1983). Debido a lo anterior, debe modificarse la ecuación (7), evaluándola únicamente en pares de franjas con el mismo orden, ($p=m$) y donde t es el promedio entre los instantes t_1 y t_2 , siendo así $t=(t_1+t_2)/2$; se obtiene entonces una expresión final para el cálculo del CD usando IHDE:

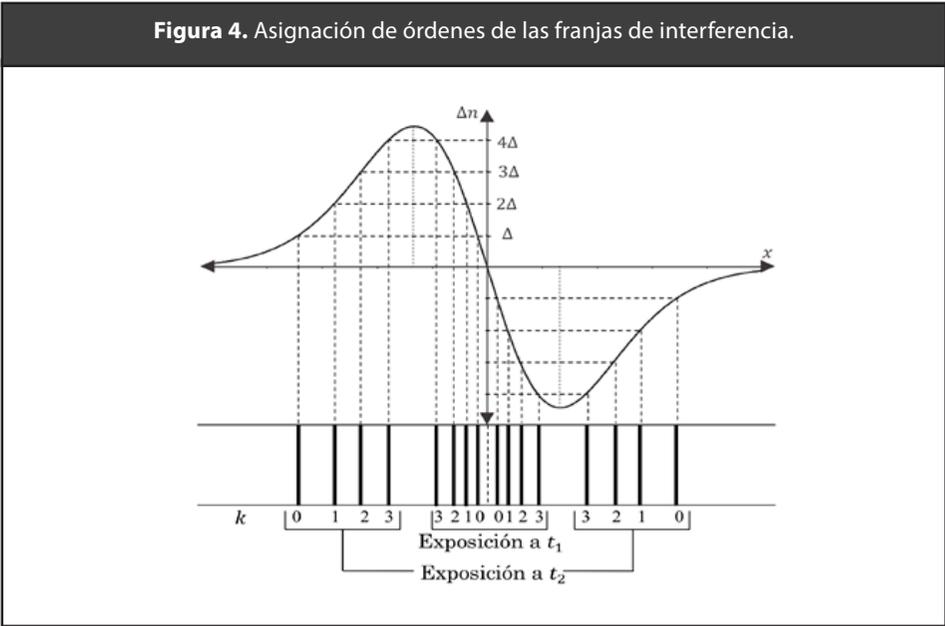
$$D = \frac{x_1^2 - x_2^2}{2(t_1 + t_2) \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right)} \quad (7)$$

3. Descripción de la expresión del coeficiente de difusión para la toma de datos experimentales

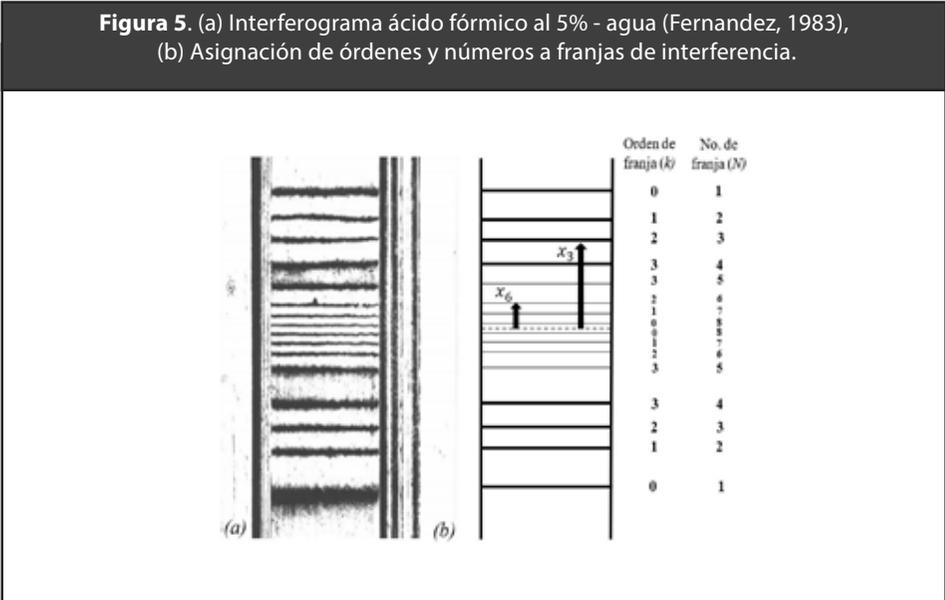
Para comprender el modo en que se disponen los órdenes de las franjas de interferencia, se debe iniciar por la figura 3 en la que se observa la curva generada por el gradiente de índice de refracción en función de x, según las exposiciones que se realizaron en instantes de tiempo t_1 y $t_2 > t_1$.

Figura 3. Gradiente de índice de refracción en función de la posición.

Teniendo en cuenta el fenómeno de interferencia y lo mencionado con anterioridad de que la diferencia de camino óptico (Δ) debe satisfacer la condición de mínimo por lo que $\Delta = (2k+1)\lambda/2$, son de especial utilidad en el interferograma aquellos puntos en los que tienen lugar franjas oscuras; al utilizar IHDE se registra, para dos instantes de tiempo t_1 y t_2 , información del fenómeno de difusión, por lo que al observar el interferograma producido como resultado de estas exposiciones, las franjas deberán haber cambiado de ubicación al comparar las exposiciones realizadas en los dos instantes de tiempo considerados, como se observa en la figura 4 (parte inferior). Este patrón de interferencia manifiesta la variación de concentración, y también el gradiente o variación de índice de refracción, pudiendo asignar los órdenes correspondientes a cada franja para cada exposición, a partir de la intersección de las proyecciones de los valores enteros múltiplos de Δ con cada franja oscura, por lo que entonces existirán dos posiciones en x coincidentes con cada múltiplo, logrando así identificar el par de franjas correspondientes a un mismo orden, en donde cada una es resultado de una exposición distinta. Al observar la gráfica, el pico y valle delimitan la región del interferograma en la que se encuentran las franjas de la primera exposición, estableciéndose las de la segunda exposición hacia los extremos izquierdo y derecho con respecto a x ; este proceso se ilustra en la figura 4.



Con el interferograma ampliado y los órdenes asignados a cada franja como en la figura 4, se procede a estimar las distancias, desde la interface, a las que cada una aparece, ver figura 5. Como ejemplo, se propone un modelo para el registro de los datos que pueden ser extraídos del experimento a realizar, tomando uno de los patrones de interferencia obtenidos por Fernández (1983) para una mezcla de ácido fórmico (CH_2O_2) al 5% en peso en agua bidestilada, con el fin de hallar el coeficiente de difusión entre dos líquidos, utilizando IHDE.



Para hacer uso de la ecuación (8), en la que se requieren las distancias a las que se encuentran los pares de franjas del mismo orden, desde la interface, y también los tiempos en los que son realizadas las dos exposiciones, es necesario tener en cuenta que, en esta expresión, x_2 se refiere a la separación que hay hasta la franja de interés para la segunda exposición, es decir en t_2 , definiéndola a partir de la relación $x_{(k+1)}$. En el caso de x_1 , quien representa el intervalo espacial hasta la franja de igual orden, pero para la primera exposición, o sea en t_1 , la distancia es medida a partir del reconocimiento de la posición de la franja en relación a la expresión $x_{(N-k)}$.

Los valores obtenidos de forma experimental pueden ser reportados a través de una tabla, donde al conocer las posiciones de las franjas, anteriormente mencionadas, y también los tiempos en los que se realizaron las dos exposiciones, se logra estimar, para un interferograma determinado, el CD aproximado D_{aprox} , a partir de la ecuación (8). A continuación, se deja en evidencia este proceso para el ejemplo antes mencionado en relación al interferograma de la mezcla de ácido fórmico (CH_2O_2) al 5% en peso en agua bidestilada, el cual puede observarse en la tabla 1 en la que N_s indica la cantidad de franjas que aparecen en la zona superior del interferograma, y N_i la cantidad de franjas en la zona inferior del mismo.

Tabla 1. Valores para interferograma ácido fórmico al 5% - agua. (Fernandez, 1983)

	$t_1=900$ s	$t_2=2100$ s	$N_s=8$	$N_i=8$	
Zona	Orden (k)	$X_{(k+1)}$ (cm)	$X_{(N-k)}$ (cm)		D_{aprox}
Superior	0	0,518	0,016		1,29
	1	0,427	0,053		1,43
	2	0,335	0,093		1,35
	3	0,241	0,162		1,35
Inferior	0	0,624	0,016		1,77
	1	0,459	0,050		1,57
	2	0,367	0,090		1,50
	3	0,278	0,149		1,47
				D_{aprox} Medio	1,46

4. Conclusiones

En este artículo se realiza el estudio teórico del proceso de difusión analizado desde el método óptico de interferometría holográfica de doble exposición, que rige el cálculo del CD en sustancias líquidas. La deducción teórica base que se utiliza es la expuesta por Gabelmann-Gray et al. (1979) y Fenichel et al. (1985), complementándola con el modelo desarrollado por Fernández (1983) en compañía de Ruiz et al. (1985), siendo esta la que, hasta el momento, ha ofrecido mejores resultados, pues permite su aplicación a toda clase de sistema líquido.

El fenómeno de difusión, entre dos sustancias líquidas, registrado a través de IHDE, ocasiona una variación o gradiente de los índices de refracción, generando un desplazamiento en las franjas de interferencia entre las dos exposiciones, lo que establece una relación entre la condición de mínimo de interferencia y la variación del índice de refracción, lo que finalmente conduce a la obtención de la fórmula del coeficiente de difusión.

5. Agradecimientos

Esta investigación se ha realizado con la ayuda UNIPAMPLONA, Proyecto: "Medida del coeficiente de difusión de líquidos por métodos ópticos de interferometría holográfica". Los autores agradecen el soporte de la Vicerrectoría de Investigaciones de Universidad de Pamplona (Pamplona - Colombia).

6. Referencias

- Ambrosini, D.; Paloletti, D.; Rashidnia, N. (2008). Overview of Diffusion Measurements by Optical Techniques. *Optics and Lasers in Engineering*, 46(12), pp. 852-864. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2008.06.008>
- Anderson, J. S.; Saddington, K. (1949). The Use Radioactive Isotopes in the Study of the Diffusion of Ions in Solution. *Journal of the American Chemical Society*, S381-S386. <http://dx.doi.org/10.1039/JR949000S381>
- Becsey, J. G.; Maddux, G. E.; Jackson, N. R.; Bierlein, J. A. (1970). Holography and Holographic Interferometry for Thermal Diffusion Studies in Solutions. *The Journal Physical Chemistry*, 74(6), pp. 1401-1403. <https://doi.org/10.1021/j100701a047>
- Bird, R.B.; Stewart, W. E.; Lightfoot, E. N. (1987). Fenómenos de transporte. Un estudio sistemático de los fundamentos del transporte de materia, energía y cantidad de movimiento, México: Ediciones Repla, S.A.
- Bochner, N.; Pipman, J. (1976). A simple method of determining diffusion constants by holographic interferometry. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 9(13), pp. 1825-1831. <https://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/9/13/003>

- Cadavid, A.; Garzón, J. (2011). Optical Method For Liquid Diffusional Coefficients Calculation. *Revista Colombiana de Física*, 43(2), pp. 507-512.
- Chhaniwal, V. K.; Anand, A.; Chakrabarty, B. S. (2008). Diffusion studies in transparent liquid mediums utilizing polarization imaging, *Opt. Lasers Eng.* 46(12), pp. 888-892. <https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2008.02.008>
- Chhaniwal, V. K.; Anand, A.; Narayanamurthy, C. S. (2005). Diffusion coefficient measurement of transparent liquid solutions using digital holographic interferometry, *Optical Measurement Systems for Industrial Inspection IV*, Baroda, India: Proc. SPIE 5856, pp. 1109-1113. <https://doi.org/10.1117/12.612416>
- Chhaniwal, V.; Narayanamurthy, C. S.; Anand, A. (2014). Imaging of mass transfer process using artificial fringe deflection, *Opt. Eng.* 53(7), 074106. <https://doi.org/10.1117/1.OE.53.7.074106>
- Crank, J. (1975). *The Mathematics of Diffusion*, 2ª Edición, Oxford: Oxford University Press.
- Cussler, E.L. (2009). *Diffusion Mass Transfer in Fluid Systems*, 3ª Edición, Cambridge: Cambridge University Press.
- Fenichel, H.; Frankena, H.; Groen, F. (1984). Experiments on diffusion in liquids using holographic interferometry, *American Journal of Physics*, 52(8), pp. 735-738. <https://doi.org/10.1119/1.13577>
- Fernandez, J.L. (1983). La interferometría holográfica como técnica experimental para la determinación de coeficientes de difusión en fase líquida, tesis doctoral, Alicante, Universidad de Alicante, Departamento de Química Técnica.
- Gabelmann-Gray, L.; Fenichel, H. (1979). Holographic Interferometric Study of Liquid Diffusion, *Applied Optics*, 18(3), pp. 343-345. <https://doi.org/10.1364/AO.18.000343>
- Ghez, R. (2001). *Diffusion Phenomena: Cases and Studies*, New York: Kluwer Academic.
- Kreis, T. (2005). *Handbook of Holographic Interferometry. Optical and Digital Methods*, Weinheim: Wiley-VCH. <https://doi.org/10.1002/3527604154>
- Mialdun, A.; Shevtsova, V. (2011). Measurement of the Soret and diffusion coefficients for benchmark binary mixtures by means of digital interferometry, *J. Chem. Phys.* 134(4), 044524. <https://doi.org/10.1063/1.3546036>
- Reid, R. C.; Prausnitz, J. M.; Poling, B. E. (1987). *The Properties Of Gases & Liquids*, 4ª Edición, New York: McGraw-Hill, Inc.
- Riquelme, R.; Lira, I.; Perez, C.; Rayas, J.; Rodríguez, R. (2007). Interferometric measurement of a diffusion coefficient: comparison of two methods and uncertainty análisis, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 40, pp. 2769-2776. <http://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/40/9/015>
- Robinson, R. A.; Stokes, R. H. (2002). *Electrolyte Solutions*, 2ª Edición, New York: Dover Publications.
- Ruiz, F.; Celdran A.; Santos, C. y Fernández, J. (1985). Liquid Diffusion Measurement by Holographic Interferometry, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 63(5), pp. 765-771. <https://doi.org/10.1002/cjce.5450630510>
- Ruiz, F.; Celdran, A.; Santos, C.; Fernández, J. (1985). Holographic Interferometric Study of Free Diffusion: A New Mathematical Treatment, *Applied Optics*, 24(10), pp. 1481-1484. <https://doi.org/10.1364/AO.24.001481>
- Shustin, O. A.; Velichkina, T. S.; Chernevich, T. G.; Yakovlev, I. A. (1975). Diffusion Study by a Holographic Method, *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 21(1), pp. 24-25.
- Stokes, R. H. (1950). An Improved Diaphragm-cell for Diffusion Studies, and Some Tests of the Method", *Journal of the American Chemical Society*, 72(2), pp. 763-767. <https://doi.org/10.1021/ja01158a032>
- Szydlowska, J.; Janowska, B. (1982). Holographic Measurement of Diffusion Coefficients, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 15(8), pp. 1385-1393. <https://dx.doi.org/10.1088/0022-3727/15/8/009>