

# Uso de métodos probabilísticos na análise de estabilidade de taludes. São Luís, Maranhão, Brasil



Revista EIA  
ISSN 1794-1237  
e-ISSN 2463-0950  
Año XIX/ Volumen 20/ Edición N.39  
Enero-Junio de 2023  
Reia3923 pp. 1-26

Publicación científica semestral  
Universidad EIA, Envigado, Colombia

## PARA CITAR ESTE ARTÍCULO / TO REFERENCE THIS ARTICLE /

Araújo Cruz, A.; Vale Ferreira, D.,  
Fernandes Azevedo, G.; Vargas Bazán,  
F.; Henrique da Luz Bezerra, A.; César  
de Oliveira Queiroz, P.

Uso de métodos probabilísticos na  
análise de estabilidade de taludes.  
São Luís, Maranhão, Brasil Revista EIA,  
20(39), Reia3923. pp. 1-26.  
<https://doi.org/10.24050/reia.v20i39.1623>

### ✉ Autor de correspondencia:

Fernandes Azevedo, G. (George)  
Doctor en Geotecnia  
Universidade Federal do Maranhão  
Correo electrónico:  
[gf.azevedo@ufma.br](mailto:gf.azevedo@ufma.br)

**Recibido:** 2-08-2022  
**Aceptado:** 30-11-2022  
**Disponibile online:** 01-01-2023

ANA MÉRCIA ARAÚJO CRUZ<sup>1</sup>

DIEGO VALE FERREIRA<sup>1</sup>

✉ GEORGE FERNANDES AZEVEDO<sup>1</sup>

FELIPE ALEXANDER VARGAS BAZÁN<sup>1</sup>

ANTONIO HENRIQUE DA LUZ BEZERRA<sup>2</sup>

PAULO CÉSAR DE OLIVEIRA QUEIROZ<sup>3</sup>

1. Universidade Federal do Maranhão
2. Departamento Nacional em Infraestrutura de Transportes (DNIT)
3. Universidade Federal do Maranhão

## Resumo:

A pesquisa teve como objetivo gerar e confrontar os mapas de susceptibilidade de ocorrência de deslizamentos rasos em termos de probabilidade de ruptura na ilha de São Luís, obtidos pela aplicação dos métodos probabilísticos FOSM (First Order Second Moment) e Monte Carlo, analisando as diferenças encontradas entre as abordagens. A metodologia consistiu de três etapas principais. O primeiro passo está relacionado à organização de um banco de dados de informações ambientais, em um formato georreferenciado, pelo uso da plataforma de Sistemas de Informação Geográfica SPRING. Esses dados corresponderam à topografia e ao mapa de solos, a partir dos quais foi possível identificar os parâmetros geotécnicos necessários para a análise de estabilidade de encostas em relação a cada classe pedológica. As informações espaciais foram exportadas da plataforma SPRING em formato matricial e serviram de dados de entrada para as rotinas computacionais de análise de estabilidade. A segunda fase refere-se à implementação computacional dos métodos probabilísticos associados ao modelo de estabilidade de talude infinito. O método FOSM foi implementado com o uso do programa Matlab®, enquanto que no método de Monte Carlo utilizou-se a linguagem Fortran. As variáveis independentes do modelo de estabilidade de encostas consideradas como variáveis aleatórias foram a coesão e o ângulo de atrito. Inicialmente, considerou-se que ambas as variáveis possuíam uma distribuição normal para a aplicação dos métodos FOSM e de Monte Carlo, como forma de comparar os resultados das diferentes abordagens probabilísticas. Adicionalmente, o método de Monte Carlo também foi simulado considerando que a coesão fosse representada, de forma mais coerente com seu real comportamento estatístico, por uma distribuição lognormal, enquanto o ângulo de atrito permaneceu com uma distribuição

gaussiana. Diferentes quantidades de simulações foram propostas para o Método de Monte Carlo, a fim de verificar a variação da probabilidade de ruptura diante desses cenários. A última fase correspondeu à criação dos mapas para cada configuração das análises e a consequente avaliação das variações observadas em termos de probabilidade de ruptura. De forma geral, os resultados de probabilidade de ruptura obtidos para ambos os métodos probabilísticos se assemelham no caso em que ambas as distribuições das variáveis independentes são normais. Para o caso da representação da coesão pela distribuição lognormal no método de Monte Carlo, obteve-se valores nulos para a probabilidade de ruptura, mesmo para elevados números de simulações. Como conclusão, pode-se afirmar que a alteração da representação da distribuição da coesão e a qualidade das informações topográficas impactam os resultados de probabilidade de ruptura. O uso de informações topográficas com maior resolução espacial definiria medidas de susceptibilidade mais acuradas e refletiria melhor a ação da coesão sob a forma de distribuição lognormal nos resultados.

**Palavras-chave:** Movimentos de massa, Análise probabilística, Susceptibilidade, Deslizamentos, Método de Monte Carlo, Método FOSM, Probabilidade de ruptura, Estabilidade de taludes, Talude infinito, Sistemas de Informação Geográfica.

---

## Use of probabilistic methods in slope stability analysis. São Luís, Maranhão, Brasil

### Abstract:

The present research aimed to generate and compare the susceptibility maps for the occurrence of shallow landslides in terms of probability of failure on the Sao Luis Island, obtained by applying the FOSM (First Order Second Moment) and Monte Carlo probabilistic methods. The differences found between the two approaches are analyzed. The methodology consisted of three main steps. The first step is related to the organization of a database of environmental information in a georeferenced format using the Geographic Information Systems platform SPRING. These data corresponded to the topography and the soil map, from which it was possible to identify the geotechnical parameters necessary for the analysis of slope stability in relation to each pedological class. The spatial information was exported from the SPRING platform in raster format and served as input data for the computational routines of stability analysis. The second step refers to the computational implementation of the probabilistic methods associated with the infinite slope stability model. The FOSM method was implemented using the Matlab program, while the FORTRAN language was used for the Monte Carlo method. The independent variables of the slope stability model considered to be random variables were cohesion and friction angle. Initially, it was considered that both variables had a normal distribution for the application of the FOSM and Monte Carlo methods, in order to compare the results of the different probabilistic approaches. Additionally, the Monte Carlo method was also simulated using a lognormal distribution to model cohesion, in a more coherent manner with the actual statistical behavior of that variable, while the friction angle remained modeled by a Gaussian distribution. Different numbers of simulations were proposed for the Monte Carlo Method, in order to verify the variation of the rupture probability in these scenarios. The final stage corresponded to the creation of maps for each configuration of the analysis and the consequent evaluation of the observed variations in terms of probability of failure. In general, the probabilities of failure obtained for both

probabilistic methods are similar in the case where both independent variables are normally distributed. When cohesion is represented by the lognormal distribution in the Monte Carlo method, null values were obtained for the probability of failure, even for high numbers of simulations. In conclusion, it can be said that the change in the representation of the cohesion distribution and the quality of topographic information affect the results of probability of failure. The use of topographic information with higher spatial resolution would define more accurate susceptibility measures and would better reflect the action of cohesion in the form of lognormal distribution in the results.

**Keywords:** Landslides, Probability analysis, Susceptibility, Slides, Monte Carlo method, FOSM method, Probability of failure, Slope stability, Infinite slope, Geographic Information System.

## Uso de métodos probabilísticos en el análisis de estabilidad de taludes. São Luís, Maranhão, Brasil

### Resumen:

La presente investigación tuvo como objetivo generar y comparar los mapas de susceptibilidad para la ocurrencia de deslizamientos superficiales en términos de probabilidad de falla en la isla de Sao Luis, obtenidos mediante la aplicación de los métodos probabilísticos FOSM (First Order Second Moment) y Monte Carlo. Se analizan las diferencias encontradas entre los dos enfoques. La metodología constaba de tres pasos principales. El primer paso está relacionado con la organización de una base de datos de información ambiental en formato georreferenciado utilizando la plataforma de Sistemas de Información Geográfica SPRING. Estos datos correspondieron a la topografía y al mapa de suelos, a partir de los cuales fue posible identificar los parámetros geotécnicos necesarios para el análisis de estabilidad de taludes en relación a cada clase pedológica. La información espacial fue exportada desde la plataforma SPRING en formato raster y sirvió como dato de entrada para las rutinas computacionales de análisis de estabilidad. El segundo paso se refiere a la implementación computacional de los métodos probabilísticos asociados al modelo de estabilidad de taludes infinitos. El método FOSM se implementó utilizando el programa Matlab, mientras que el lenguaje FORTRAN se utilizó para el método Monte Carlo. Las variables independientes del modelo de estabilidad de taludes consideradas variables aleatorias fueron la cohesión y el ángulo de fricción. Inicialmente, se consideró que ambas variables tenían una distribución normal para la aplicación de los métodos FOSM y Monte Carlo, con el fin de comparar los resultados de los diferentes enfoques probabilísticos. Adicionalmente, también se simuló el método de Monte Carlo usando una distribución lognormal para modelar la cohesión, de una manera más coherente con el comportamiento estadístico real de esa variable, mientras que el ángulo de fricción quedó modelado por una distribución gaussiana. Se propusieron diferentes números de simulaciones para el Método Monte Carlo, con el fin de verificar la variación de la probabilidad de ruptura en estos escenarios. La etapa final correspondió a la creación de mapas para cada configuración del análisis y la consecuente evaluación de las variaciones observadas en términos de probabilidad de falla. En general, las probabilidades de fallo obtenidas por ambos métodos probabilísticos son similares en el caso de que ambas variables independientes se distribuyan normalmente. Cuando la cohesión está representada por la distribución lognormal en el método de Monte Carlo, se obtuvieron valores nulos para la probabilidad de falla, incluso para un alto número de simulaciones. En conclusión, se puede decir que el cambio en la representación de la distribución de cohesión y la calidad de la

información topográfica afectan los resultados de probabilidad de falla. El uso de información topográfica con mayor resolución espacial definiría medidas de susceptibilidad más precisas y reflejaría mejor la acción de la cohesión en forma de distribución lognormal en los resultados

**Palabras claves:** Deslizamientos, Análisis de probabilidad, Susceptibilidad, Deslizamientos, Método Monte Carlo, Método FOSM, Probabilidad de falla, Estabilidad de taludes, Pendiente infinita, Sistema de Información Geográfica.

## 1. Introdução

Os desastres naturais relacionados aos movimentos de massa e às enchentes possuem maior grau de recorrência no mundo, em particular, em áreas de relevo acidentado e densamente povoadas (Riffel, Guasselli e Bressani, 2016). Em geral, são fenômenos próprios da natureza, contudo existem diversos casos em que a ação do homem é uma variável que possui bastante influência em determinados eventos, intensificados por ocupações descontroladas e sem o mínimo cuidado com os impactos ambientais nos locais onde o fato ocorreu. Esses deslocamentos de terra ou rocha são influenciados pela ação da gravidade em terrenos que possuem certa declividade. Segundo Tominaga, Santoro e Amaral (2009), os movimentos de massa são definidos como qualquer deslocamento de rochas ou sedimentos em superfícies inclinadas, que possuem, em sua maioria, relação direta com a ação da gravidade. Esses eventos geomorfológicos transportam e depositam sedimentos de um local para outro, sendo um processo básico de transformação do relevo.

Segundo Highland e Bobrowsky (2008), dentre os mecanismos de desencadeamento dos deslizamentos translacionais podem ser citados, principalmente, aumento do grau de saturação do solo pelas chuvas, degelo, inundações, aumento do nível de água devido a irrigações, vazamentos de tubulações ou distúrbios relacionados à ação do homem, tais como erosão regressiva. Terremotos ou tremores de terra também podem provocar esse fenômeno. Ainda conforme Highland e Bobrowsky (2008), quando existem populações em expansão para novas áreas, com a criação de bairros, vilas e cidades, tem-se a interferência direta da ação do homem na ocorrência desses deslizamentos. Alterações na drenagem do terreno ou uma simples perturbação ambiental (como desmatamento, erosões, chuvas), mesmo com possibilidade de regeneração natural, podem causar a desestabilização das encostas, assim como a remoção da vegetação configura-se como um dos fatores comuns dos deslizamentos.

Fatores como a redução da sucção, aumento da poropressão, evolução e presença de processos erosivos também são responsáveis pela deflagração dos movimentos de massa de acordo com Victorino

(2015). A interpretação do comportamento dos solos quando há retenção de água é imprescindível para a compreensão dos fenômenos relacionados com o fluxo, a resistência e a compressibilidade dos solos.

Conforme ainda Victorino (2015), o conhecimento prévio do terreno e das características ambientais da região é essencial, evidenciando a importância da caracterização geológica geotécnica e ambiental no entendimento da susceptibilidade aos movimentos de massa. Ou seja, infere-se que o investimento no conhecimento das características geotécnicas e ambientais dessas áreas só vem trazer benefício para aplicação na prevenção desses incidentes. Sendo assim, como o comportamento de um talude não pode ser generalizado, a instrumentação apresenta-se como uma grande ajuda no entendimento da dinâmica com que fatores, como a chuva, a poropressão e as deformações, podem influenciar a estabilidade desse talude.

Em regiões tropicais, cujo principal deflagrante é a chuva, percebe-se um aumento na dificuldade de se conseguir gerar um modelo de previsão, devido às características do solo, cujo comportamento é diferenciado. De acordo com Rojas (2017), apesar dos vários modelos conceituais e numéricos desenvolvidos para a análise da estabilidade de taludes, os mesmos necessitam representar a infiltração da água em meios porosos e não saturados, analisando tal influência na dinâmica dos solos para a obtenção de resultados mais realistas.

Uma alternativa que visa impedir que tragédias aconteçam está no desenvolvimento de pesquisas baseadas em modelos matemáticos que tentam simular a ocorrência de movimentos de massa, utilizando-se de variáveis determinadas pelas investigações geológicas-geotécnicas e ambientais. Dentre esses modelos, podem ser destacados o do talude infinito, segundo Listo (2016), SHALSTAB (Shallow Landslide Stability) (Montgomery e Dietrich, 1994), SINMAP (Stability Index Mapping) (Pack, Tarboton e Goodwin, 1999) e TRIGRS (Transient Rainfall Infiltration and Grid-based Regional) (Iverson, 2000; Baum, Savage e Godt, 2008). Segundo Santos et al. (2018), o uso de modelos matemáticos aplicados aos estudos de áreas instáveis susceptíveis a movimentos de massa destaca-se como um bem-sucedido instrumento metodológico, de fácil acesso e baixo custo e, além disto, com a possibilidade de obtenção de resultados confiáveis e acurados.

Segundo Azevedo (2015), o modelo SHALSTAB calcula a suscetibilidade a escorregamentos translacionais rasos, privilegiando a topografia como elemento crucial na determinação de deslizamentos, cujo modelo de estabilidade de taludes e hidrológico determina a precipitação capaz de alterar o estado de equilíbrio presente na encosta.

De acordo com Michel, Kobiyma e Goerl (2012), o modelo SINMAP define-se como um modelo estocástico distribuído, cujo objetivo é mapear os índices de estabilidade em encostas e também adota o conceito de modelo hidrológico de estado uniforme, juntamente com o clássico modelo de encosta infinita para determinação de estabilidade. Através do Modelo Digital do Terreno (MDT) são obtidas as variáveis topográficas, como a declividade e a área de contribuição.

Os modelos digitais do terreno são definidos como uma representação numérica da forma do terreno, representando o relevo do terreno em ambiente virtual, que pode conter informações como a forma do terreno, os pontos de elevação e a inclinação, entre outras feições geomorfológicas que descrevem o relevo da região, bem como as feições terrestres como rios, lagos, linhas costeiras (Araújo, 2015). Conforme Seefelder (2017), o TRIGRS simula a influência da chuva permanente e/ou transiente no comportamento da estabilidade de encosta, cujo modelo de infiltração é aplicado para as condições saturada e não saturada, avaliando duas condições limites: camada homogênea e dupla camada (camada de solo acima de um substrato rochoso). Segundo Schwarz e Michel (2017), o modelo TRIGRS é capaz de calcular o fator de segurança (FS) conforme variações na tensão total do solo, utilizando para esse cálculo uma equação que é uma adaptação da equação de estabilidade para encostas infinitas.

Os modelos matemáticos fundamentados em equações físicas têm vantagem em relação a métodos estatísticos, por não ter a necessidade de incorporação de eventos pretéritos em sua análise, sendo que o TRIGRS se mostrou mais complexo por necessitar de mais parâmetros de entrada (Listo, 2016).

De uma maneira geral, o estudo da estabilidade de taludes é realizado por métodos determinísticos e aferido por meio do fator de segurança. Nesse caso, mesmo os parâmetros geotécnicos apresentando considerável dispersão, estes são considerados como fixos e conhecidos. Diferente dos métodos determinísticos, os métodos probabilísticos estimam as incertezas provenientes da variabilidade dos parâmetros geotécnicos, possibilitando a determinação de um índice de confiabilidade e de uma probabilidade de ruptura.

Os três métodos probabilísticos utilizados com maior frequência no meio geotécnico são o método de Monte Carlo, também conhecido como método direto, e os métodos de Primeira Ordem e Segundo Momento (FOSM) e das Estimativas Pontuais, também conhecidos como indiretos. O método FOSM foi desenvolvido através de uma expansão em série de Taylor da chamada função de desempenho, com o objetivo de determinar a distribuição de probabilidades dessa função que depende de certo número de variáveis aleatórias. De acordo com Montoya e Assis (2011), a utilização de métodos

probabilísticos confiáveis não assegura que não haverá falhas, mas a utilização controlada destas ferramentas possibilita conhecer os fatores responsáveis pela falta de controle e que têm grande influência nessas falhas.

O método das Estimativas Pontuais assume uma distribuição normal para os fatores de segurança calculados com as variáveis nos pontos de estimativa, sendo o fator de segurança médio calculado pelo primeiro momento da distribuição. Este método consiste na realização de uma análise determinística com as variáveis no ponto médio, acrescidas e decrescidas do valor do desvio padrão de cada variável (Zucollo, 2016).

O método de Monte Carlo obteve significância com o advento de computadores com alto poder de processamento de dados. Este método permite levar em consideração quaisquer distribuições de probabilidades para as variáveis aleatórias. Nowak e Collins (2013) descrevem-no como uma técnica especial que pode ser utilizada para gerar resultados numericamente sem realizar, na prática, nenhum experimento físico. Resultados de experimentos prévios, ou outras informações, podem ser utilizados para estabelecer as distribuições de probabilidades dos parâmetros importantes do problema. Estas distribuições são então utilizadas para gerar amostras de dados numéricos.

Segundo Apaza e Barros (2014), o método de Monte Carlo apresenta uma série de vantagens diante dos outros métodos probabilísticos, na medida em que fornece a curva de distribuição probabilística do fator de segurança e a curva de convergência da probabilidade de ruína, permitindo o uso de diferentes tipos de distribuição probabilística para os parâmetros geotécnicos, de várias camadas de solos com diferentes distribuições de probabilidade e ainda de correlações entre as variáveis envolvidas nas análises.

No Brasil, os registros na literatura indicam invariavelmente que os desastres naturais causam impactos negativos nas economias afetadas (Martini e Gallo, 2020). Os impactos diretos são considerados negativos em sua totalidade, enquanto os impactos indiretos podem ser os mais significativos do ponto de vista econômico quando considerados a longo prazo, tais como a perda do turismo e a interrupção da cadeia de valor (Simonato, 2017).

A quantidade de recursos depreendidos na recuperação dos prejuízos financeiros e sociais poderá ser bem superior aos gastos necessários para que se desenvolvam medidas de prevenção. Dessa forma, o investimento em políticas públicas voltadas para medidas de gerenciamento dos riscos pode ser uma excelente estratégia para evitar ou, pelo menos, minimizar os danos causados pela catástrofe. Conforme Halmenschlager (2019), destaca-se a importância de

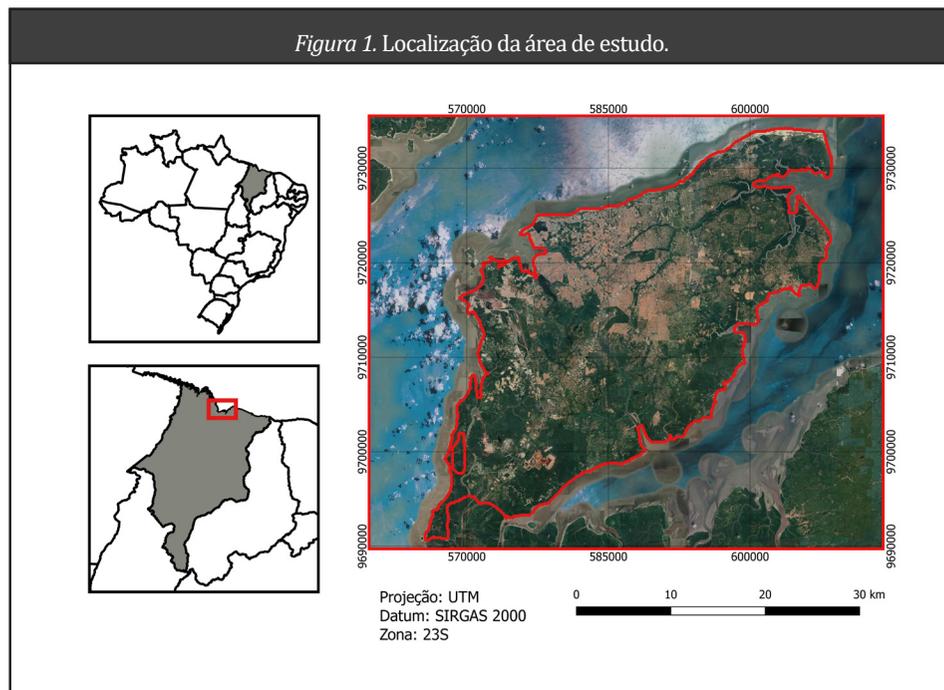
políticas de prevenção aos desastres naturais considerando-se a amplitude dos efeitos na economia, associados aos prejuízos humanos, tais como o número de óbitos e de pessoas desabrigadas.

Este trabalho tem como objetivo estimar o nível de susceptibilidade a ocorrência de deslizamentos para a área da ilha de São Luís por meio do cálculo da probabilidade de ruptura obtida pelos métodos probabilísticos FOSM e Monte Carlo, associados a um modelo de estabilidade de taludes infinitos. Foram considerados tanto os condicionantes geotécnicos como os ambientais, com o intuito de identificar os locais com a maior tendência para o desenvolvimento de movimentos de massa, gerando assim um diagnóstico de toda a área escolhida. O estudo buscou comparar os cenários fornecidos pelas abordagens probabilísticas, destacando as diferenças em termos de magnitude das probabilidades de ruptura alcançadas com os dois métodos.

## 2. Área de estudo

A área de estudo analisada nesta pesquisa corresponde à ilha de Upaon-Açu onde se encontra a cidade de São Luís, Maranhão, Brasil. A Figura 1 apresenta a localização da área em questão. Segundo resolução do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2002), a área correspondente tem 1.410,015 km<sup>2</sup> e possui uma população de aproximadamente 1.442.297 habitantes, tendo sua grande maioria morando em áreas urbanas. A ilha de Upaon-Açu está localizada entre duas grandes baías, que são a de São Marcos e a de São José, na região central do Golfão Maranhense. Essas baías estão conectadas pelos canais do Estreito dos Mosquitos e Estreito dos Coqueiros que separam a ilha do continente.

A concentração da população nos grandes centros urbanos não tem sido acompanhada de programas governamentais eficientes para o ordenamento do uso e ocupação do solo. Isso tem levado, principalmente, a população mais carente a ocupar áreas naturalmente inadequadas ou suscetíveis a riscos naturais e que são ocupadas sem os mínimos preceitos técnicos (Almeida et al., 2014). Segundo um levantamento da Defesa Civil do Estado do Maranhão, a cidade apresenta 66 áreas consideradas de risco que atualmente são monitoradas pelo órgão.



### 3. Materiais e métodos

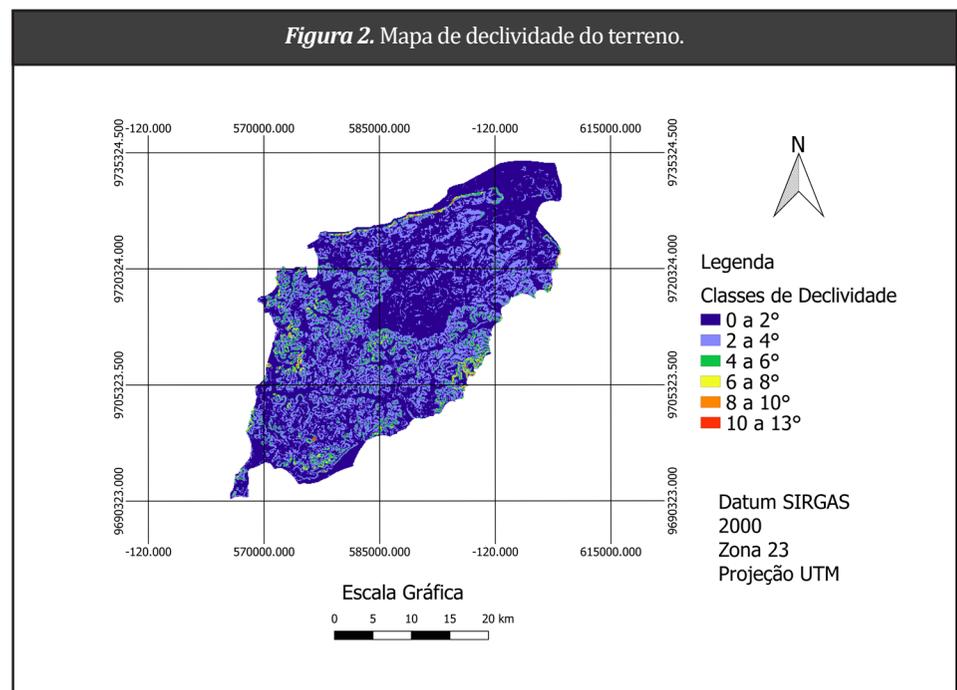
Como o presente trabalho tem como objetivo obter a distribuição espacial das áreas com maior susceptibilidade à ocorrência de deslizamentos em termos probabilísticos, a metodologia usada para o trabalho abrange a implementação computacional de dois métodos que, associados a um modelo de estabilidade, são capazes de fornecer a probabilidade de ruptura para as áreas sujeitas aos deslizamentos rasos: os métodos FOSM (First Order Second Moment) e de simulação de Monte Carlo.

A implementação computacional foi realizada através de duas ferramentas de programação: MATLAB (Matrix Laboratory) e FORTRAN (Formula Translator). Como o método de Monte Carlo implica uma análise com alto custo computacional, decidiu-se utilizar a linguagem de programação FORTRAN para sua implementação. Esta é uma linguagem de médio nível, que possui melhor desempenho e permite um processamento dos dados de forma mais ágil, já que foi considerada a necessidade de muitas simulações. Em relação ao método FOSM, por se tratar de um método de confiabilidade simplificado, optou-se pelo uso da linguagem MATLAB, devido ao fato de ser um software de utilização mais facilitada.

Em relação ao tratamento dos dados espaciais, utilizou-se o SPRING 5.5.6, uma plataforma de Sistema de Informações Geográficas,

que serviu para organizar os dados georreferenciados de entrada e as representações espaciais de probabilidades de ruptura calculadas. A região analisada neste artigo é apresentada em pixels no ambiente do software e ao mesmo foi fornecida uma matriz numérica de 532 linhas e 561 colunas, a qual continha as probabilidades de ruptura calculadas. Adicionalmente, foi usado o software QGIS para a geração do formato final dos mapas.

Na etapa de uso do SPRING, foi realizada a criação de um banco de dados, onde foram introduzidas as informações básicas referentes à ilha de São Luís. Estas informações correspondem à topografia e ao mapa temático de solos da região, ambos sob o formato matricial. O mapa de solos foi obtido de informações disponibilizadas no site da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa), enquanto a topografia advém da missão SRTM (Shuttle Radar Topography Mission), disponível na base de dados denominada Earth Explorer pertencente ao United States Geological Survey (USGS). Presidido pela NASA, o projeto SRTM propicia um modelo digital do terreno com resolução espacial de 30 m. Esta camada de dados serviu como base para a geração da matriz de declividade do terreno, mostrada na Figura 2.



A função aplicada para avaliar a estabilidade de taludes em conjunto com dois métodos capazes de obter a probabilidade de ruptura de taludes (FOSM e Monte Carlo) baseia-se no método do talude infinito. Desta forma, o fator de segurança é dado por:

$$FS = \frac{c' + \gamma \cdot h \cdot \cos^2 \theta \cdot \tan \phi}{\gamma \cdot h \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta} \quad (1)$$

onde  $c'$  é a coesão efetiva do solo,  $\gamma$  é o peso específico natural,  $h$  é a espessura da camada de solo,  $\theta$  é a declividade do talude e  $\phi$  é o ângulo de atrito efetivo do solo.

De acordo com o mapa pedológico, na área de estudo encontram-se presentes as classes de Argissolo Vermelho, Solo de Mangue e Latossolo Amarelo. O mapa de solos, que está apresentado na escala 1:5.000.000, foi constituído de informações catalogadas pela Embrapa e pelo IBGE. Na Tabela 1, adaptada do trabalho de Azevedo, Carvajal e Souza (2018), apresentam-se os valores dos parâmetros geotécnicos para unidades pedológicas correspondentes àquelas da área de estudo. Os parâmetros geotécnicos do Argissolo Vermelho foram relacionados aos do Plintossolo Pétrico, apresentados por Azevedo, Carvajal e Souza (2018), por ser a classe que melhor se assemelha dentre as disponíveis na referência. O Argissolo, por possuir um teor elevado de argila, tende a apresentar valores mais altos de coesão. Para o solo de mangue, os parâmetros do Gleissolo Háptico foram utilizados, pelo fato de ser um solo com matéria orgânica e de ambientes alagados.

**Tabela 1.** Parâmetros de resistência e peso específico dos solos da área de estudo (modificada de Azevedo, Carvajal e Souza, 2018).

Solo	Parâmetros de solo			
	$h$	$c'$	$\phi$	$\gamma$
	m	kPa	°	kPa
Argissolo Vermelho	3	20	10	15
Solo de mangue	4	20	10	12
Latossolo vermelho amarelo	3	10	20	15

### 3.1. métodos probabilísticos

Para as análises probabilísticas, as variáveis aleatórias consideradas são a coesão e o ângulo de atrito. Foram utilizados os valores de coeficientes de variação de 40% para coesão e 10% para ângulo de atrito, conforme os estudos de Montoya e Assis (2011). Os parâmetros correspondentes ao peso específico, à espessura do solo e à declividade são considerados determinísticos. Para um método probabilístico, é necessária uma função de desempenho, ou função de estado limite, a qual depende das variáveis aleatórias do problema. Neste caso, a função de desempenho é definida a partir do fator de segurança do método do talude infinito, como expresso na equação (2):

$$g=g(c', \phi)=FS(c', \phi)-1 \quad (2)$$

onde a dependência das variáveis aleatórias foi explicitamente indicada. Valores negativos da função de desempenho indicam ruptura e valores positivos dessa função indicam segurança (“não ruptura”). Então, a probabilidade de ruptura,  $P_r$ , é dada pela probabilidade de que a função de desempenho assuma valores negativos:  $P_r=P\{g \leq 0\}$ .

#### 3.1.1 Método FOSM

No método denominado FOSM, como descrito por Veiga (2008), é feita uma expansão em série de Taylor da função de desempenho em torno dos valores médios das variáveis aleatórias, truncada nos termos de primeira ordem. Os demais momentos estatísticos são desconsiderados.

O método propicia o cálculo da média e da variância da função de desempenho, além do índice de confiabilidade, produzindo uma estimativa da distribuição probabilística a partir dos dados de entrada: médias e variâncias das variáveis aleatórias consideradas no problema. Para o caso da probabilidade de ruptura de taludes referente ao presente estudo, as variáveis aleatórias utilizadas são a coesão e o ângulo de atrito. Uma aproximação de primeira ordem para o valor esperado da função fator de segurança é obtida avaliando o fator de segurança (Equação 2) nos valores médios da coesão e do ângulo de atrito, como expresso na Equação 3:

$$E[FS]=FS(\mu_{c'}, \mu_{\phi}) \quad (3)$$

onde  $\mu_c$  representa o valor médio da coesão e  $\mu_\phi$  indica o valor médio do ângulo de atrito. O cálculo da variância do FS é realizado também a partir de uma aproximação de primeira ordem, como estabelecido na Equação 4. Esta equação pode ser utilizada quando não existe uma correlação entre as variáveis.

$$\text{Var}[\text{FS}] = \text{Var}(c') \left( \frac{\partial \text{FS}}{\partial c'} \right)^2 + \text{Var}(\phi') \left( \frac{\partial \text{FS}}{\partial \phi} \right)^2 \quad (4)$$

onde  $\text{Var}(c')$  e  $\text{Var}(\phi')$  definem as variâncias da coesão e do ângulo de atrito, respectivamente, e  $\partial(\text{FS})/\partial c'$  e  $\partial(\text{FS})/\partial \phi$  definem, respectivamente, as derivadas parciais do fator de segurança em relação à coesão e ao ângulo de atrito, consideradas nos valores médios destas variáveis aleatórias. Neste trabalho, as derivadas parciais foram obtidas de forma analítica.

No método FOSM, a partir da função de desempenho definida na Equação (2), o índice de confiabilidade, conforme Cornell (1969), é obtido da seguinte forma:

$$\beta = \frac{E[\text{FS}] - 1}{\sqrt{\text{Var}[\text{FS}]}} \quad (5)$$

A partir do índice de confiabilidade, definido na Equação 5, obtém-se a seguinte estimativa de primeira ordem da probabilidade de ruptura:

$$P_r = \Phi(-\beta) \quad (6)$$

onde  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição cumulativa normal padrão.

O método FOSM utilizado assume todas as variáveis aleatórias do problema com distribuição normal, bem como assume uma função de desempenho linear.

Por meio das Equações 3 a 6, foram calculados o índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura para cada *pixel*. Como resultado, é gerada uma matriz numérica contendo os valores referentes às probabilidades de ruptura para toda a área estudada.

### 3.1.2 Simulação de Monte Carlo

O método de Monte Carlo é um método que se baseia em simulações numéricas, nas quais, a partir das distribuições de probabilidades das variáveis aleatórias, são gerados múltiplos cenários que buscam representar todas as combinações possíveis dos valores dessas variáveis. O procedimento de simulação consiste em gerar inicialmente números aleatórios com distribuição uniforme entre 0 e 1 e, a partir delas, gerar amostras das variáveis aleatórias do problema. Os detalhes deste procedimento estão descritos na literatura (Melchers e Beck, 2018; Nowak e Collins, 2013) determinísticas, variando os valores dos dados de entrada inúmeras vezes em que números aleatórios são gerados para cada variável através de um indicador de desempenho.

No presente estudo, em cada simulação são geradas amostras da coesão e do ângulo de atrito (variáveis aleatórias) e é calculado o valor da função de desempenho pela Equação 2, com o propósito de averiguar se o cenário simulado corresponde a uma situação de ruptura ( $g \leq 0$ , ou “FS  $\leq 1$ ”) ou de segurança ( $g > 0$ , ou FS  $> 1$ ). O processo é repetido muitas vezes. Então, é possível obter uma estimativa da probabilidade de ruptura através da Equação 7:

$$P_r = \frac{N_r}{N} \quad (7)$$

Onde  $N_r$  é o número de simulações em que ocorreu a ruptura (isto é, o número de simulações em que  $g \leq 0$ ), e  $N$  é o número total de simulações

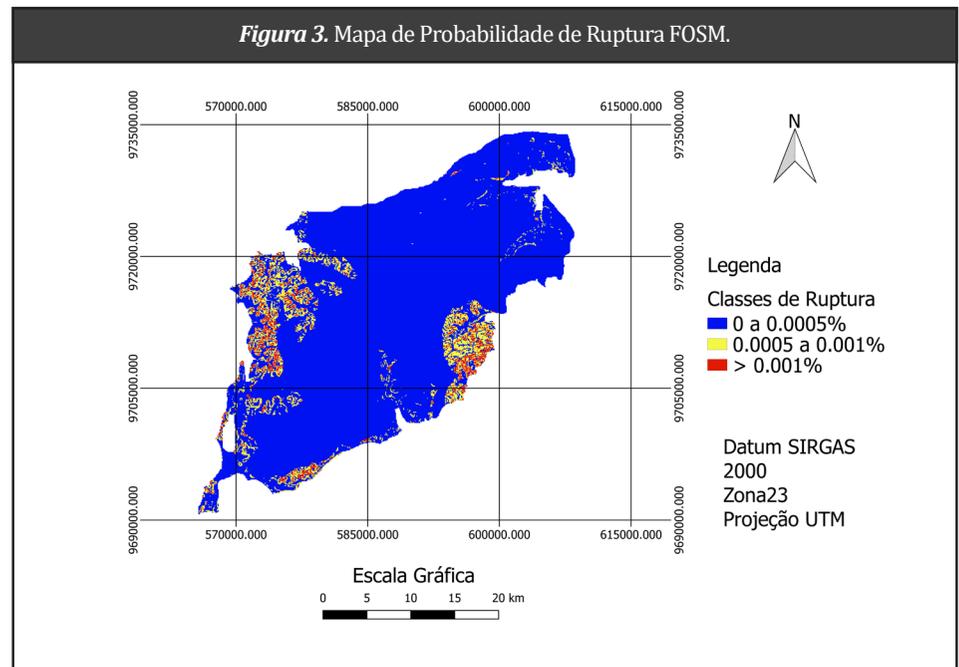
O processo de análise ocorreu em duas fases. Na primeira delas, foi considerada a distribuição probabilística lognormal para a coesão e a distribuição normal para o ângulo de atrito, representando de forma mais adequada as características probabilísticas destas duas variáveis (Marin e Mattos, 2020). Foram realizadas análises com  $10^4$ ,  $5 \times 10^4$ ,  $10^5$ ,  $10^7$  e  $10^8$  simulações. Posteriormente, foram realizadas análises considerando a distribuição normal para coesão, mantendo-se a distribuição normal para o ângulo de atrito. Nesta segunda etapa, apenas análises com  $10^5$  e  $5 \times 10^5$  simulações foram efetuadas. Essas duas abordagens foram usadas para confrontar os resultados fornecidos, tanto por configurações diferentes de distribuições estatísticas para as variáveis independentes, quanto em relação a formulações probabilísticas distintas para os mesmos inputs.

O procedimento implementado determina a probabilidade de ruptura para cada pixel. Assim como para o FOSM, é gerada como resultado uma matriz numérica contendo os valores referentes às probabilidades de ruptura para toda a área estudada.

## 4. Resultados e discussão

### 4.1 Análise pelo método FOSM

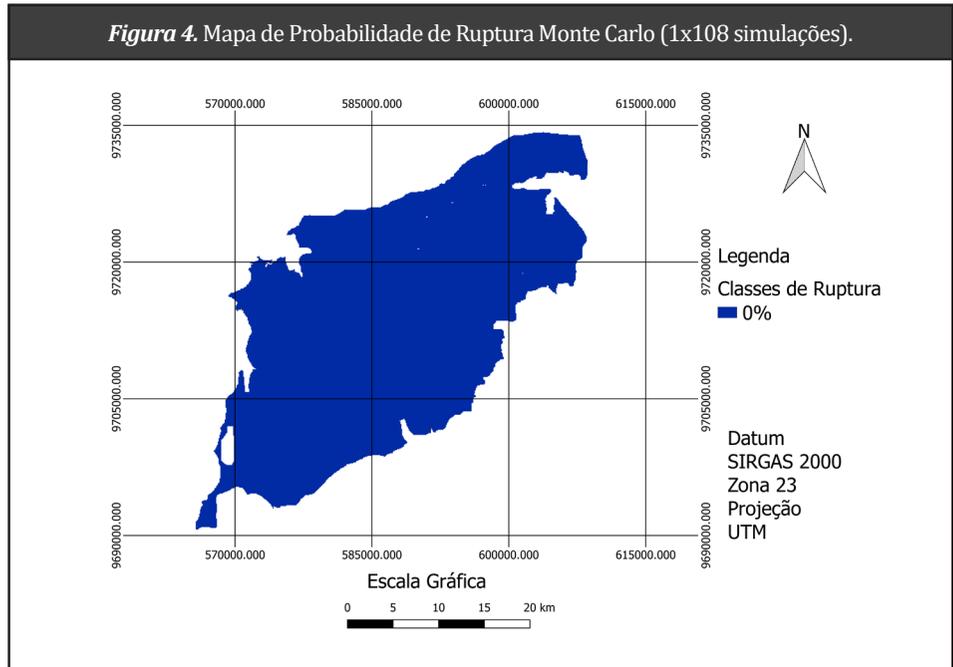
Após o cálculo das probabilidades de ruptura pelo método FOSM através do no MATLAB, a matriz obtida apresentou valores de probabilidades de ruptura máximas de  $7,98 \times 10^{-3}$ . As regiões central, nordeste e sudoeste do mapa (Figura 3) apresentaram as probabilidades de ruptura menores para este método. O mapa mostrado é resultado da classificação temática da grade de probabilidade de ruptura.



### 4.2 Análise pelo método de Monte Carlo

#### 4.2.1 Distribuição lognormal para coesão

Para a avaliação numérica da probabilidade de ruptura pelo método de Monte Carlo, foram utilizados números diferentes de simulações. O mapa com a representação dos resultados para o método considerando o modelo de distribuição lognormal para a coesão e para os distintos valores de simulação é mostrado na Figura 4, sendo todas as simulações aqui representadas pelo mapa das simulações  $1 \times 10^8$ , pois cada conjunto de simulações neste caso se apresentaram exatamente iguais. Nestes cenários, as probabilidades se apresentaram com valor nulo em todo o mapa e foram praticamente iguais em todas as simulações feitas. Isso indica uma diferença marcante dos resultados do Monte Carlo com distribuição lognormal para a coesão em relação ao FOSM.



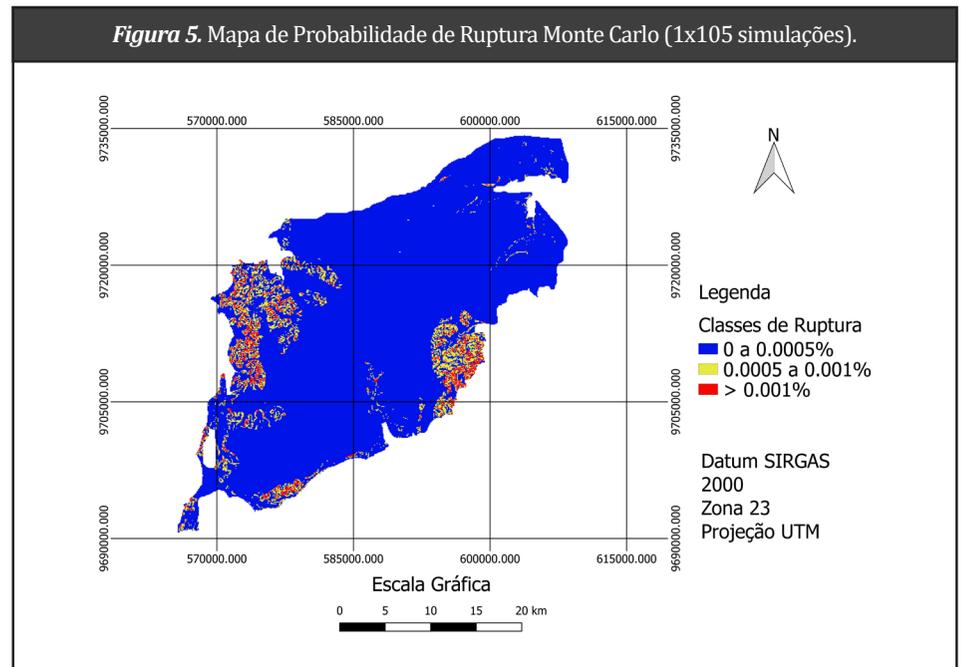
As áreas com os valores reduzidos de ameaça estendem-se por todo o mapa, ou seja, toda a área estudada apresenta probabilidades de ruptura nulas, o que indica probabilidades de ruptura reais extremamente baixas. Observou-se que as configurações das distribuições estatísticas para as variáveis independentes, em termos de coeficientes de variação e modelos de distribuição de probabilidades forneceram combinações de valores de coesão e ângulo de atrito que levaram a valores extremamente baixos de probabilidade de ruptura.

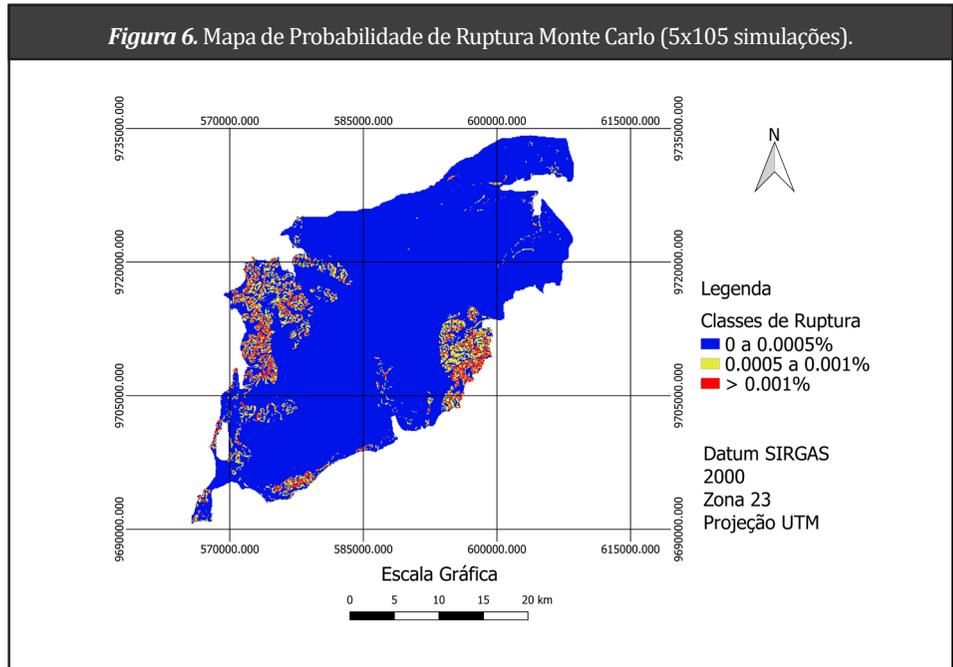
Do ponto de vista de representação, o método de Monte Carlo apresenta uma abordagem mais correta, pelo fato de ser um método probabilístico direto, o qual permite a incorporação mais fiel da natureza das distribuições das variáveis aleatórias, como acontece com a coesão. A consideração do modelo probabilístico lognormal para a coesão não permite a ocorrência de valores negativos para essa variável. Isso resulta na obtenção de valores extremamente altos de estabilidade. Desta forma, mesmo testando-se múltiplos cenários através de números de simulações cada vez maiores pelo método de Monte Carlo, as probabilidades de ruptura tendem a ser nulas.

Pode-se ressaltar também as fontes dos dados utilizados. A declividade gerada a partir da topografia do STRM, modelo digital de terreno da NASA, apresenta resolução espacial relativamente baixa, de 30 m para cada pixel. Isso tem impacto na acurácia dos dados de relevo do terreno.

#### 4.2.2 Distribuição normal para coesão

Em uma segunda etapa de simulações no método de Monte Carlo, foi considerada a distribuição normal para a coesão, sendo que os resultados são ilustrados nas Figuras 5 e 6. Optou-se por essa análise com o objetivo de fornecer uma comparação coerente entre os dois métodos probabilísticos, pois o método FOSM assume variáveis com distribuições normais de probabilidades. Ressalta-se que utilizar a distribuição normal para a coesão no método de Monte Carlo não corresponde à representação mais adequada; em vez disto, o mais correto é utilizar a distribuição lognormal, como nas primeiras análises (Seção 4.2.1). O objetivo da segunda etapa de análises é observar como o método FOSM se aproxima do Monte Carlo quando todas as variáveis aleatórias do problema têm distribuições normais.





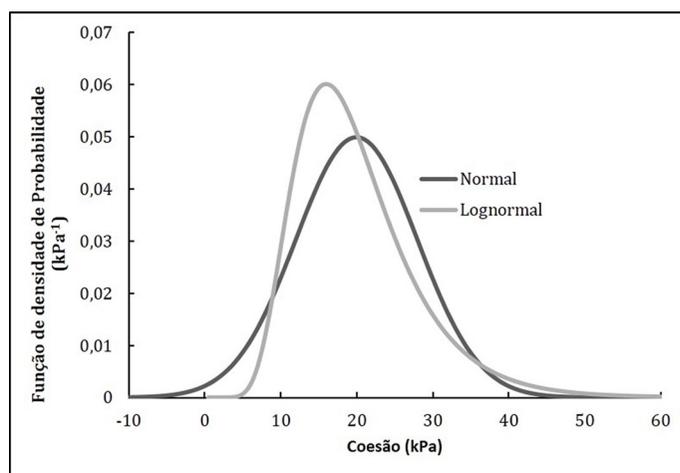
A fim de ilustrar a comparação dos métodos, a Tabela 2 apresenta os resultados da análise para um *pixel*, localizado na linha 348 e coluna 104 da malha pertencente ao solo de mangue. Considerando o método de Monte Carlo com coesão representada pela distribuição normal em comparação com os resultados do método FOSM. A este *pixel* corresponde um valor médio da coesão de 20 kPa e um coeficiente de variação de 40% para a mesma. Para o ângulo de atrito a média foi de 10° com um coeficiente de variação de 10%. Quanto aos parâmetros determinísticos, a declividade utilizada foi 3,07°, espessura do solo referente a 4 m e um peso específico de 12 kN/m<sup>3</sup>. Diante desta comparação observa-se a tendência do resultado do FOSM de se aproximar do Monte Carlo, neste cenário onde neste último método a distribuição normal é considerada, eliminando as grandes disparidades observadas na primeira etapa de análises.

Tabela 2. Resultados referentes à análise do pixel localizado na linha 348 e coluna 104 pelos métodos FOSM e de Monte Carlo, com a coesão modelada pela distribuição normal.

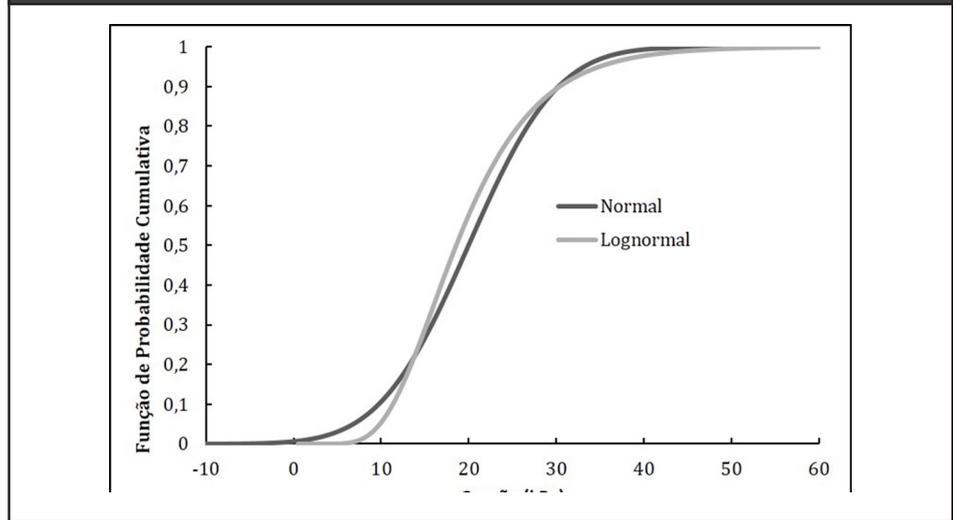
Método de Análise	Probabilidade de Ruptura
FOSM	$6,4101 \times 10^{-4}$
Monte Carlo com $10^5$ simulações	$6,5000 \times 10^{-4}$
Monte Carlo com $10^6$ simulações	$6,4300 \times 10^{-4}$
Monte Carlo com $10^7$ simulações	$6,5180 \times 10^{-4}$
Monte Carlo com $10^8$ simulações	$6,4801 \times 10^{-4}$

A diferença entre o uso das distribuições normal e lognormal para modelar a coesão torna-se evidente ao analisar as respectivas funções de probabilidades. As Figuras 7 e 8 mostram, respectivamente, a função densidade de probabilidades e a função de distribuição cumulativa de probabilidades para a coesão, para o pixel localizado na linha 348 e coluna 104. Ambas as figuras evidenciam a diferença de comportamento entre os modelos normal e lognormal. Em particular, a diferença observada na região da cauda inferior das distribuições mostra que a coesão do solo, quando representada pelo modelo lognormal, praticamente não apresenta valores pequenos, o que explica a probabilidade de ruptura extremamente baixa (praticamente nula). Esta conclusão pode ser generalizada para outras localizações da região estudada.

Figura 7. Função densidade de probabilidades para a coesão do solo, correspondente ao pixel da linha 348 e coluna 104, considerando os modelos normal e lognormal.



**Figura 8.** Função cumulativa de probabilidades para a coesão do solo, correspondente ao pixel da linha 348 e coluna 104, considerando os modelos normal e lognormal.



#### 4.3 Análise comparativa entre os métodos FOSM e Monte Carlo

De acordo com as Tabelas 3 e 4 pode-se observar os valores máximos de probabilidade de ruptura alcançados pelos métodos FOSM e Monte Carlo. Verifica-se que as probabilidades de ruptura máximas nos métodos FOSM e Monte Carlo com distribuição normal para a coesão são aproximadamente iguais e estão localizadas no mesmo pixel, com endereço na linha 364 e coluna 382 e pertencente ao Argissolo vermelho, o que não acontece para o Monte Carlo com distribuição lognormal para a coesão, o qual apresenta probabilidades nulas em todas as simulações. A este pixel corresponde um valor médio da coesão de 20 kPa e um coeficiente de variação de 40% para a mesma. Para o ângulo de atrito a média foi de 10° com uma variação de 10%. Quanto aos parâmetros determinísticos, a declividade utilizada foi 10,85°, espessura do solo referente a 3 m e um peso específico de 15 kN/m<sup>3</sup>.

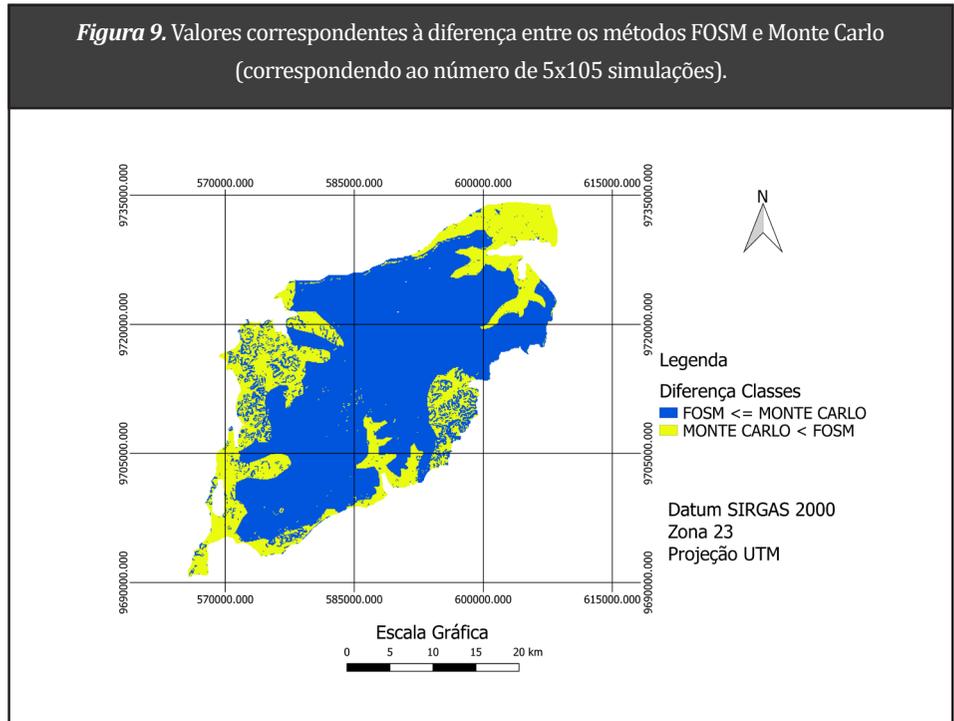
**Tabela 3.** Valores máximos de probabilidade de ruptura obtidos pelos métodos de Monte Carlo e FOSM, para diferentes números de simulações - coesão representada com distribuição Lognormal.

MONTE CARLO		FOSM
Nº de Simulações	PR	PR
10 <sup>4</sup>	0	7,9767 x 10 <sup>-3</sup>
5x10 <sup>4</sup>	0	
10 <sup>5</sup>	0	
10 <sup>7</sup>	0	
10 <sup>8</sup>	0	

**Tabela 4.** Valores máximos de probabilidade de ruptura obtidos pelos métodos de Monte Carlo e FOSM, para diferentes números de simulações - coesão representada com distribuição Normal.

MONTE CARLO		FOSM
Nº de Simulações	PR	PR
10 <sup>5</sup>	7,97 x 10 <sup>-3</sup>	7,9767 x 10 <sup>-3</sup>
5x10 <sup>5</sup>	8,08 x 10 <sup>-3</sup>	

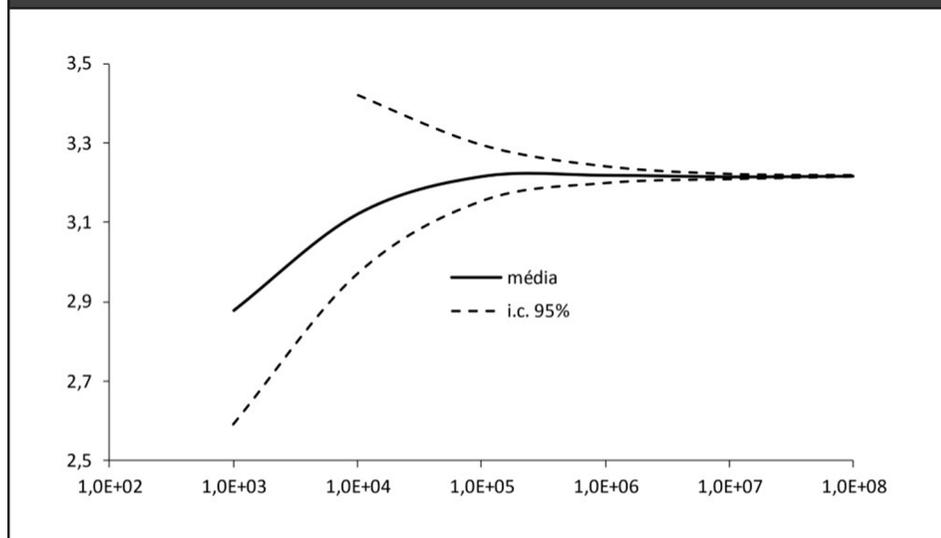
Para verificar a variabilidade espacial das configurações fornecidas entre os métodos, a diferença entre as probabilidades de ruptura obtidas pelo método FOSM e pelo método de Monte Carlo com 5x10<sup>5</sup> simulações e com a coesão com distribuição normal está representada no mapa ilustrado na Figura 9.



Observa-se na Figura 9 que o resultado se destacou como azul em toda a parte central e nas áreas de maior declividade. Isto representa uma diferença negativa, onde o FOSM fornece valores menores que o Monte Carlo ou apresenta valores iguais. No entanto, nas áreas periféricas o resultado notado ficou na coloração amarela, correspondendo a maiores valores de probabilidades para o método FOSM. É possível admitir que o tipo de solo influenciou essas mudanças.

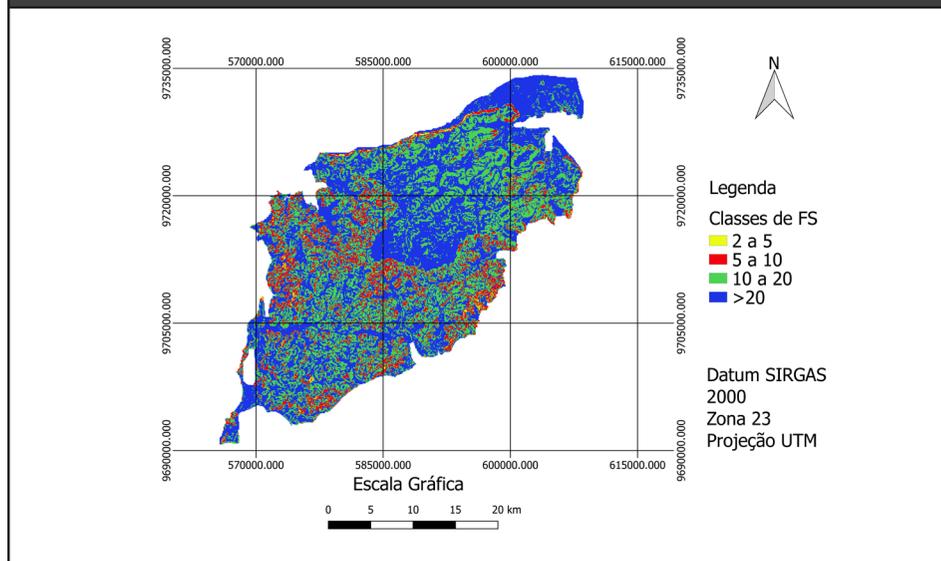
Os gráficos de convergência são fundamentais para estimar a acurácia dos resultados no método de Monte Carlo. O número de simulações deve ser suficiente para que se obtenha convergência na média, com intervalo de confiança aceitável. Como são utilizados números aleatórios, a média e a variância sofrem uma oscilação causada por eles. Quanto maior for o número de simulações, menor será essa oscilação, tornando o intervalo de confiança mais estreito. A Figura 10 ilustra a convergência da simulação de Monte Carlo em termos do índice de confiabilidade, para o pixel localizado na linha 348 e coluna 104, variando o número de simulações em termos da média e do intervalo de confiança do índice de confiabilidade.

**Figura 10.** Gráfico de convergência no método de Monte Carlo em termos do índice de confiabilidade para o pixel escolhido.



A Figura 11 apresenta o mapa com os valores correspondentes ao fator de segurança médio obtido por meio de cálculo determinístico, o qual corresponde à Equação 3. A maior parte do mapa representa um fator de segurança bem maior que 1,5, o que demonstra estabilidade em toda a região, sendo o menor fator de segurança desta área igual a 2 e os maiores acima de 10, sendo o maior 355, porém não será visto em mapa. Este fato está de acordo com os valores de probabilidades de ruptura calculados anteriormente e com a análise de convergência em função do índice de confiabilidade.

**Figura 11.** Fator de Segurança Determinístico.



## 5. Conclusões

Considerando-se as análises das probabilidades de ruptura obtidas com a utilização dos métodos de Monte Carlo e FOSM, percebe-se que o primeiro método apresentou valores de probabilidade de ruptura próximos aos obtidos pelo método FOSM, quando nas análises se considerou distribuição normal para a coesão. O método de Monte Carlo apresentou valores nulos quando foi utilizada a distribuição lognormal para a coesão.

Como a configuração das probabilidades de ruptura geradas pelo método de Monte Carlo foi de valores nulos, infere-se que a acurácia dos dados topográficos oriundos do SRTM traz alguma interferência nos resultados pela baixa resolução espacial, da ordem de 30 m, resultando em declividades menores e, também, uma estabilidade maior. Um estudo com levantamentos mais acurados traria melhores resultados, inclusive com a possibilidade de utilização da distribuição lognormal para a coesão nos processamentos do método de Monte Carlo, cuja vantagem reside na possibilidade de ser modelado com distribuições das entradas que representam realmente as variáveis. Isso significa resultados de fator de segurança mais próximos da realidade, com a possibilidade de alteração da probabilidade de ruptura.

Além disso, constatou-se a tendência do método Monte Carlo de apresentar resultados próximos de zero para a probabilidade de ruptura na maior parte da área da ilha de São Luís, mesmo submetido a um número bem elevado de simulações para a distribuição lognormal da coesão. O método FOSM, mesmo tendo uma distribuição espacial de probabilidade de ruptura não nula em uma abrangência maior na área de estudo, trouxe resultados de probabilidade de ruptura próximos aos gerados pelo método de Monte Carlo quando se utilizou a distribuição normal para a coesão.

Também pôde ser observada a proximidade de resultados referente à probabilidade de ruptura determinada pelos métodos FOSM e Monte Carlo em relação a um determinado pixel e seus respectivos números de iterações, sendo a coesão representada no método de Monte Carlo, neste caso, pela distribuição normal, o que tornou a comparação apropriada. Ademais, é importante frisar que o fato de o Método de Monte Carlo, tomado como referência no presente trabalho, ter gerado valores nulos para a probabilidade de ruptura com a utilização da distribuição lognormal da coesão, cuja representação é a mais próxima da realidade, indica que a estabilidade das encostas é alta, considerando-se os dados de entrada e a resolução espacial utilizada.

## 6. Referências

- Almeida, H.M.; Silva Junior, C.H.; Silva, F.B.; Freire, A.T.G.; Mendes, J. (2014). Relação de Fatores Ambientais e Antrópicos na Ocorrência de Deslizamentos no Município de São Luís – MA, BRASIL. Proceedings of Safety, Health and Environment World Congress. Cubatão, Brazil, COPEC - Science and Education Research Council pp. 126-129. 10.14684/SHEWC.14.2014.126-129
- Apaza, M.A.F., Barros, J.M.C. (2014). Análise Probabilística de Estabilidade de Taludes pelo Método de Monte Carlo. XVII Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Goiânia, ABMS, pp. 1-8.
- Araújo, P.C. (2015). Uso da Modelagem Digital de Terreno e de Superfície para a Estimativa do Potencial de Verticalização na Região do Campo de Marte (SP) (Mestrado em Geografia), Brasília, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Brasil, p. 40. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/19831>
- Azevedo, G.F.; Carvajal, H.E.M.; Souza, N.M. (2018). Análise de ameaça de deslizamentos pelo uso de abordagem probabilística aplicada a um modelo de estabilidade de taludes tridimensional. *Geociências (São Paulo)*, 37(3) pp. 655-668.
- Azevedo, G.F. (2015). Sistema de Análise Quantitativa de Risco por Escorregamentos Rasos Deflagrados por Chuvas em Regiões Tropicais (Doutorado em Geotecnia), Brasília, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Brasil, p. 430. <http://dx.doi.org/10.26512/2015.04.T19783>
- Baum, R.L.; Savage, W.Z.; Godt, J.W. (2008). TRIGRS: A Fortran Program for Transient Rainfall Infiltration and Grid-Based Regional Slope-Stability Analysis, Virginia, USGS. 81 p.
- Cornell, C.C. (1969). A probability-based structural code. *Journal of the American Concrete Institute*, 66(12), pp. 974-985.
- Halmenschlager, V. (2019). Ensaios sobre impactos socioeconômicos de desastres naturais no Brasil (Doutorado em Ciências), Piracicaba, Universidade de São Paulo, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Brasil, p. 153. <https://doi.org/10.11606/T.11.2019.tde-18072019-094555>
- Highland, L.M.; Bobrowsky, P. (2008) The landslide handbook - A guide to understanding landslides, Virginia, U.S. Geological Survey Circular 1325, 129 p.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE (2002). RESOLUÇÃO Nº 05, Rio de Janeiro, IBGE, 83 p.
- Iverson, R. (2000). Landslide triggering by rain infiltration. *Water Resources Research* 36(7), pp. 1897-1910. <https://doi.org/10.1029/2000WR900090>
- Listo, F.L.R. (2016). Modelos Matemáticos aplicados à Previsão de Escorregamentos Translacionais Rasos: Exemplos em Áreas Naturais e de Risco. *Clio Arqueológica*, 31(3), pp. 91-114. DOI: 10.20891/clio.V31N3p91-114
- Marin, R.J.; Mattos, A.J. (2020). Physically-based landslide susceptibility analysis using Monte Carlo simulation in a tropical mountain basin. *Georisk*, 14(3), pp. 192-205. 10.1080/17499518.2019.1633582
- Martini, R.A., Gallo, M.E.C. (2020). Impactos Econômicos de Desastres Naturais nos Municípios Brasileiros e a Focalização do Programa BNDES PER. 48º Encontro Nacional de Economia, Virtual, Brasil, Associação Nacional dos Centros de Pós-Graduação em Economia, pp. 1-20.
- Melchers, R.E.; BECK, A.T. (2018). Reliability analysis and prediction, 3<sup>rd</sup> edition, Hoboken, John Wiley & Sons.
- Michel, G.P., Kobiyama, M., Goerl, R.F. (2012). Análise comparativa entre os modelos SHALSTAB e SINMAP na identificação de áreas susceptíveis a escorregamentos translacionais. X Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos. Foz do Iguaçu, Brasil, Anais do X Encontro Nacional de Engenharia de Sedimentos, Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), pp. 1-21. <https://www.labhidro.ufsc.br/Artigos/ENES161.pdf>
- Montgomery, D.R.; Dietrich, W.E. (1994). A physically based model for the topographic control on shallow landsliding. *Water Resources Research*, 30(4), pp.1153-1171. <https://doi.org/10.1029/93WR02979>

- Montoya, C.A.H.; Assis, A.P. (2011). Herramientas para análisis por confiabilidad en geotecnia: La teoría. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 10(18), pp. 69-78.
- Nowak, A.S.; Collins, K.R. (2013). *Reliability of structures*, 2<sup>nd</sup> edition, London, CRC Press.
- Pack R.T.; Tarboton, D.G.; Goodwin, C.N. (1999). SINMAP, a stability index approach to terrain stability hazard mapping, User's manual, Canada, Terratech Consulting Ltd., 68 p.
- Riffel, E.S.; Guasselli, L.A.; Bressani, L.A. (2016). Desastres associados a movimento de massa: Uma revisão de Literatura. *Boletim Goiano de Geografia*, 36(2), pp. 285-305, <https://doi.org/10.5216/bgg.v36i2.42796>
- Rojas, K.R.C. (2017). Estudo dos Deslizamentos Superficiais Deflagrados por chuvas implementando a Análise Não Saturada e Transiente em Escala Regional (Mestrado em Geotecnia), Brasília, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Brasil, p. 104. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/24938?mode=full>
- Santos, C.L.; Listo, F.L.R.; Silva, O.G.; Reis, R.B. (2018). Análise metodológica de estudos referentes a eventos de movimentos de massa e erosão ocorridos na região Nordeste do Brasil. *Caderno de Geografia*, 28(55), pp. 959-979. <https://doi.org/10.5752/P.2318-2962.2018v28n55p959-979>
- Seefelder, C.L.N. (2017). Estudo da influência dos parâmetros hidrogeológicos na análise de susceptibilidade à escorregamentos rasos por meio de modelo de estabilidade de encostas (Doutorado em Recursos Hídricos), Brasília, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Brasil, p. 239. <https://repositorio.unb.br/handle/10482/31062>
- Simonato, T.C. (2017). Projeção dos impactos econômicos regionais do desastre de Mariana-MG (Mestrado em Economia), Belo Horizonte, Universidade Federal de Minas Gerais, Faculdade de Ciências Econômicas, Brasil, p. 176. <http://hdl.handle.net/1843/FACE-B9EMG8>
- Schwarz, H.; Michel, G.P. (2017). Avaliação de estabilidade de encostas com o uso do modelo TRIGRS no Município de Ibirama - SC. XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Florianópolis, Brasil, Associação Brasileira de Recursos Hídricos (ABRH), pp. 1-8.
- Tominaga, L.K.; Santoro, J.; Amaral, R. (2009). *Desastres Naturais: Conhecer para prevenir*, São Paulo, Instituto Tecnológico, pp. 27-29.
- Veiga, J.M.G.C. (2008). Métodos de Análise das Incertezas na Verificação da Segurança Estrutural em Engenharia Civil (Doutorado em Ciências de Engenharia), Porto, Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal, p. 299.
- Victorino, M.M. (2015). Influência da chuva nas poropressões e estabilidade dos taludes rodoviários de um trecho da BR 376 na Serra do Mara paranaense, Brasil, Universidade Federal do Paraná Regional (Mestrado em Geotecnia), Curitiba, p. 126. <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/40608>
- Zucollo, P.L. (2016). Procedimento para estimativa da confiabilidade geotécnica a partir de simulações numéricas: aplicação de solo não saturado (Mestrado em Geotecnia), São Carlos, Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Brasil, p. 154. [10.11606/D.18.2017.tde-10072017-095348](https://doi.org/10.11606/D.18.2017.tde-10072017-095348)